

Ο αναστοχασμός ως πρόκληση¹

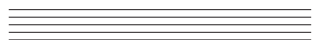
Ole Skovsmose

University of Aalborg, Denmark

Η έννοια του αναστοχασμού σίγουρα δεν υπόκειται σε αυστηρό έλεγχο. Τα νοήματά της, και εδώ ο πληθυντικός είναι απαραίτητος, μπορούν να διαμορφωθούν με πολλούς τρόπους. Ως έννοια μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μια ποικιλία καταστάσεων. Θα προσπαθήσω να την αναλύσω σε σχέση με τη μάθηση και τα μαθηματικά.

Αντί να ασχοληθούμε με τη σημασία του αναστοχασμού, μπορούμε να σκεφτούμε τι μπορεί να μελετηθεί με αναστοχασμό, ξεκινώντας από τις δράσεις. Μια δράση μπορεί να είναι εγωιστική, επαρκής, αγενής, προβληματική, παρακινδυνευμένη κλπ. Είναι λοιπόν ανάγκη να αναστοχαστούμε για τις δράσεις. Τι μπορούμε τότε να σκεφτούμε ως δράση; Οι δράσεις μπορούν να πάρουν διάφορες μορφές, ενώ συμπλέγματα δράσεων μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ενσωματώνονται σε διαφορετικές πρακτικές. Με τη φράση «μαθηματικά εν δράσει» εννοώ όλες εκείνες τις πρακτικές οι οποίες έχουν τα μαθηματικά ως μια συνιστώσα. Θα μπορούσε να είναι: μια τεχνολογική καινοτομία, μια μορφή παραγωγής, η αυτοματοποίηση, η διοίκηση και η λήψη αποφάσεων, οικονομικές συναλλαγές, η εκτίμηση κινδύνων, η ανάλυση κέρδους/κόστους κ.α.² Τέτοιες πρακτικές περιλαμβάνουν δράσεις βασισμένες στα μαθηματικά, οι οποίες μπορούν να μελετηθούν μέσω αναστοχασμού.

Ο Leibniz διατύπωσε την πιθανότητα της θεμελίωσης της λογικής και της επαγωγής σε μια μηχανική μορφή. Με τη χρήση ενός κατάλληλου συμβολισμού, το ζητούμενο αποτέλεσμα θα μπορούσε να υπολογιστεί από τις σχετικές προκείμενες. Η λογική επαγωγή θα μπορούσε τότε να αντικατασταθεί από μηχανικές διαδικασίες. Στο πλαίσιο αυτό, «μηχανικές» είναι οι διαδικασίες λειτουργίας και λογισμού για τις οποίες θα ήταν δυνατή η απομάκρυνση του ανθρώπινου παράγοντα. Αντί να χρειαστεί να βασιστεί κανείς στην ανθρώπινη διορατικότητα ή σε άλλους παρόμοιους ανθρώπινους περιορισμούς, θα μπορούσε απλώς να υπολογίσει. Θα ήταν δυνατόν να σχεδιαστούν μηχανισμοί πιο αξιόπιστοι από τις αντίστοιχες ανθρώπινες δυνατότητες. Αυτές ήταν οι πιθα-

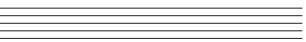


νόητες που φαντάστηκε ο Leibniz, πιθανότητες οι οποίες, στην εποχή των υπολογιστών, πραγματοποιήθηκαν σε μεγαλύτερο βαθμό απ' ό,τι θα τολμούσε και ο ίδιος να φανταστεί.³

Οι μηχανικές διαδικασίες μπορούν να ιδωθούν ως δράσεις, αλλά, όντας μηχανικές, φαντάζουν μη ανθρώπινες, με αποτέλεσμα να μην τίθενται ως αντικείμενα αναστοχασμού. Τα μαθηματικά εν δράσει μπορούν να λειτουργήσουν σε μηχανικές διαδικασίες, αλλά βρίσκω ότι, ως δράσεις, επιδέχονται αναστοχασμού.

Τα μαθηματικά είναι πλήρη εσωτερικών αναστοχασμών: Θα μπορούσε αυτή η ποσότητα να υπολογισθεί με διαφορετικό τρόπο; Χρειαζόμαστε όντως μια συγκεκριμένη έννοια; Πώς να αποδείξουμε αυτό το θεώρημα; Τέτοιοι αναστοχασμοί είναι απαραίτητοι για τη μαθηματική δημιουργικότητα και είναι σημαντικοί. Οι ενδογενείς και διαδικαστικοί αναστοχασμοί, όμως, δεν ασχολούνται με δράσεις στον κόσμο, οι οποίες μπορούν να βρίσκονται εκτός των εννοιολογικών ορίων των μαθηματικών, αλλά να καθορίζονται μέσω μαθηματικών διαδικασιών. Το να σκεφτεί κανείς πώς θα αναπτύξει αξιόπιστους αλγόριθμους για την αναγνώριση προσώπων είναι ένα πράγμα. Είναι όμως κάτι τελείως διαφορετικό να αναστοχαστεί πάνω σε πρακτικές όπως η αναγνώριση προσώπων για κρατικές παρακολουθήσεις (ή επιχειρήσεις ασφάλειας, ανάλογα με την οπτική του καθενός) στις οποίες τέτοιοι αλγόριθμοι παίζουν ρόλο. Έτσι, *ο αναστοχασμός πάνω σε πρακτικές και δράσεις βασισμένες στα μαθηματικά φανερώνει την ηθική διάσταση της έννοιας του αναστοχασμού, και αυτή είναι μια όψη του θέματος την οποία θέλω να μελετήσω και να αναπτύξω.*

Μπορούμε να θεωρήσουμε τον αναστοχασμό κάτι που αποτρέπει την *κοινοτοπία της εμπειρίας*. Αυτή η έκφραση υπαινίσσεται την έκφραση της Hannah Arendt περί της «κοινοτοπίας του κακού», την οποία επινόησε ως ανταποκρίτρια στην δίκη του Adolf Eichmann.⁴ Η Arendt ανακάλυψε προς έκπληξή της ότι ο Eichmann δεν φανέρωνε κάποια «κακία». Αντ' αυτού, ως καλός γραφειοκράτης, είχε προσπαθήσει να κάνει ό,τι καλύτερο μπορούσε, μόνο που, στην περίπτωση αυτή, το «καλύτερο» αυτό είχε λάβει ανατριχιαστικές διαστάσεις. Παρ' όλ' αυτά, από μια συγκεκριμένη οπτική γωνία, το «καλύτερο» αντανάκλούσε εσωτερικές υποχρεώσεις μέσα στη γραφειοκρατία. Όταν κάποιος χάσει την επαφή κατ' αυτό τον τρόπο με το τι κάνει και αρχίζει να κανονίζει τις δράσεις του με βάση γραφειοκρατικές προτεραιότητες, τότε η προσωπική του επαγγελματική ικανότητα συμπλέκεται με μια παρωπιδική άποψη των υπο-



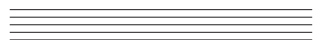
χρεώσεών του. Η επαγγελματική ικανότητα η οποία διατρέχει τις δράσεις του ατόμου δεν υπόκειται σε κάποια αυτοκριτική, αλλά υποτάσσεται σε «μεγαλύτερα» εγχειρήματα, η φύση των οποίων προϋποτίθεται a priori. Με αυτό τον τρόπο, η επαγγελματική ικανότητα αγνοεί την ανθρώπινη φύση της και μηχανικοποιείται.

Ι. Η ΑΝΑΓΚΑΙΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΥ

Είναι ο αναστοχασμός αναγκαίος σε σχέση με τα μαθηματικά; Αν και δεν είμαι καθόλου σίγουρος ότι η ερώτηση αυτή είναι καλά καθορισμένη, θα προσπαθήσω να παρουσιάσω επιχειρήματα που να δείχνουν γιατί τέτοιου είδους αναστοχασμοί είναι απαραίτητοι. Θέλω να προλάβω οποιαδήποτε κοινοτοπία της επαγγελματικής ικανότητας στα μαθηματικά.

Ο κόσμος έγινε «μοντέρνος» σύμφωνα με την ιδέα ότι η επιστήμη λειτουργούσε ως η κινητήρια δύναμη της κοινωνικής δικαιοσύνης. Ένα ακμάζον μέλλον περίμενε τον καθένα και η δύναμη της επιστημονικής εξέλιξης θεωρείτο ότι μετέφερε τους ανθρώπους προς την «πρόοδο». Έτσι, στην αρχή του 20ού αιώνα, η τεχνολογική πρόοδος εξυμνούνταν. Η επιστημονική αυτή αισιοδοξία συνοδευόταν από μια επιστημολογική θέση η οποία υπογράμμιζε ότι ο αναστοχασμός και η κριτική θεώρηση ήταν αναγκαίοι, ώστε να αντιμετωπιστεί οποιαδήποτε παρανόηση που θα μπορούσε να εμποδίσει την περαιτέρω ανάπτυξη της επιστήμης.⁵ Τέτοιο παράδειγμα κριτικού αναστοχασμού είναι ο εξοβελισμός της μεταφυσικής, ο οποίος έγινε αντικείμενο λεπτομερούς μελέτης από τους λογικούς θετικιστές.

Όταν πάρουμε υπόψη μας όμως τις ενοράσεις σχετικά με τη συζήτηση για την κοινωνία της αβεβαιότητας (όπως ονοματίστηκε από τον Beck), την αλληλεπίδραση εξουσίας και γνώσης (όπως μελετήθηκε από τον Foucault) και τους τρόπους με τους οποίους η επιστημονική γνώση λειτουργεί στην αγορά (όπως παρουσιάστηκε από τον Gibbons και από άλλους), η σχέση μεταξύ επιστημονικής προόδου και κοινωνικοπολιτικής και οικονομικής προόδου γίνεται εμφανώς πιο προβληματική.⁶ Η βασισμένη στην επιστήμη Βασιλική Οδός προς ένα καλύτερο μέλλον εμφανίζεται προβληματική και αβέβαιη, πολύ διαφορετική από μια πλατιά λεωφόρο. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να σκεφτούμε περί της σημασίας του κριτικού αναστοχασμού με έναν διαφορετικό τρόπο. Είναι πια

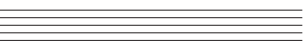


πιθανό η επιστημονική εξέλιξη να είναι εγγενώς προβληματική και έτσι η ουσία της εξέλιξης αυτής να πρέπει να γίνει αντικείμενο κριτικού αναστοχασμού. Η σκιαγράφηση του αναστοχασμού ως εργαλείου το οποίο προετοιμάζει μηχανικές διαδικασίες θα αποτελούσε μια (θετικιστική) ψευδαίσθηση σχετικά με τη λειτουργία της επιστήμης.

Μέσω της ανάλυσης των μαθηματικών εν δράσει, προσπάθησα να καταδείξω ότι τα μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν ένα ισχυρό συστατικό μιας πλειάδας πρακτικών. Μπορούν να εφαρμόζονται ρητά, αλλά μπορούν να λειτουργούν και στο υπόβαθρο, όπως στην περίπτωση των υπολογιστικών συστημάτων τα οποία διευκολύνουν τη χρήση συγκεκριμένων τρόπων αντιμετώπισης ενός προβλήματος. Οι πρακτικές που απαιτούν μαθηματικά δεν είναι εγγενώς «καλές» ή «προοδευτικές» λόγω κάποιων δομικών ιδιοτήτων τους, όπως η τεχνική αξιοπιστία ενός μαθηματικού αλγορίθμου ή η ακρίβεια των αποτελεσμάτων κάποιας μεθόδου. Όπως κάθε άλλη κοινωνική πρακτική, αυτές οι πρακτικές απαιτούν κριτικό αναστοχασμό. Ένας τέτοιος αναστοχασμός πρέπει να κατευθύνεται και προς την επαγγελματική ικανότητα που έχει ενσωματωθεί στην πρακτική. Πιστεύω ότι η άποψη πως μια μηχανική διαδικασία μπορεί να απομονωθεί από την πρακτική της οποίας αποτελεί μέρος και έτσι να εξαιρεθεί από τον αναστοχασμό είναι μια ψευδαίσθηση. Μια μηχανική διαδικασία είναι μια ανθρώπινη δημιουργία και ως τέτοια είναι μια αμφισβητήσιμη δημιουργία.

2. Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΕΛΛΕΙΨΗΣ ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΥ

Η μαθηματική εκπαίδευση μπορεί να ιδωθεί ως σημαντική προετοιμασία για την καθιέρωση και τη διαιώνιση της κοινωνικής «λειτουργικότητας». Δεν μπορούμε να σκεφτούμε μια λειτουργική κοινωνία χωρίς να υποθέσουμε μια διαφοροποιημένη εργατική δύναμη, μια κοινωνία δηλαδή στην οποία ποικίλες ικανότητες είναι διανεμημένες με τις κατάλληλες αναλογίες σε διαφορετικές ομάδες ατόμων: κάποιοι μπορεί να είναι οδοντίατροι, κάποιοι δικηγόροι, δάσκαλοι, γιατροί, επαγγελματίες οδηγοί, χασάπηδες κλπ. Κάποιοι ικανοποιούν την ανάγκη της κοινωνίας για ανειδίκευτους εργάτες, έτοιμοι να δεχτούν οποιαδήποτε δουλειά προκύψει, ενώ κάποιοι άλλοι θα χαρακτηριστούν αντικαταστάσιμοι.



Η εκπαίδευση, ως μια κοινωνικοοικονομική διαδικασία δόμησης, μπορεί να είναι ένας τρόπος κατανομής των σπουδών των φοιτητών ανάλογα με τις ανάγκες. Αυτοί μπορεί να αναγκαστούν να *πειθαρχήσουν* με δυο τρόπους. Πρώτον, μέσω μιας εκπαιδευτικής διαδικασίας (σε αυτό το πλαίσιο, η έννοια της «διδασκτικής διαδικασίας» μπορεί να είναι καταλληλότερη), οι φοιτητές μπορεί να γίνουν ειδικοί σε έναν ακαδημαϊκό κλάδο, απομονωμένο τόσο από τους υπόλοιπους, όσο και από το πλαίσιο στο οποίο η γνώση του κλάδου χρησιμοποιείται. Έτσι, υπό μια έννοια, η επιβολή της πειθαρχίας μπορεί να εμφανίζεται μέσω της πολιτιστικής υπαγωγής των φοιτητών σε ένα συγκεκριμένο πεδίο γνώσεων στο οποίο ειδικεύονται και το οποίο διαχωρίζουν από οποιοδήποτε άλλο. Η πειθάρχηση μπορεί επίσης να συμπεριλαμβάνει μια συγκεκριμένη απονομή ή έναν κατακερματισμό της γνώσης.

Δεύτερον, η επιβολή της πειθαρχίας σημαίνει την υπακοή σε κάποια αυθεντία η οποία εκφράζεται μέσω κάποιας πειθαρχικής διαδικασίας. Μέσω της εκπαιδευτικής διαδικασίας, οι φοιτητές υποτάσσονται στα εσωτερικά κριτήρια συνάφειας και σθένους του ακαδημαϊκού κλάδου τον οποίο σπουδάζουν. Με αυτή την έννοια, τόσο η διαδικασία της ειδίκευσης όσο και της υποταγής γίνονται στοιχεία πειθάρχησης, τα οποία οδηγούν στη συγκρότηση και την παραγωγή της επαγγελματικής ικανότητας.

Τα μαθηματικά εμφανίζονται σε μια ποικιλία κλάδων, όπως οι φυσικές επιστήμες, η μηχανική και τα οικονομικά, στα οποία λειτουργούν υποκρυπτόμενα ως μέρος του μηχανισμού που αντιπροσωπεύει τον ορθολογισμό του κλάδου, αλλά ταυτόχρονα δημιουργώντας τη γλώσσα μέσω της οποίας εκφέρεται η επαγγελματική ικανότητα στον συγκεκριμένο κλάδο. Παρ' όλ' αυτά, οι μαθηματικοί μηχανισμοί δεν λειτουργούν μόνο μέσω της ακαδημαϊκής ή επαγγελματικής ικανότητας. Μια ποικιλία καθημερινών πρακτικών ενέχει μαθηματικούς μηχανισμούς. Παρ' όλο που η μηχανική ορθολογικότητα η οποία αναδύεται από τους μαθηματικούς μηχανισμούς αυτούς δεν είναι πάντα εμφανής, πολλές από αυτές τις καθημερινές πρακτικές βασίζονται στο ότι η βασική λογική της κατάστασης γίνεται αποδεκτή από τους συμμετέχοντες. Ένα παράδειγμα είναι η εισαγωγή ενός κωδικού στο μηχάνημα αυτόματης ανάληψης επειδή έτσι απαιτεί ο μαθηματικός αλγόριθμος, αλλά και επειδή έτσι γίνεται αδύνατη η προσπέλαση από μη εξουσιοδοτημένα άτομα. Αυτό μας οδηγεί στην επίγνωση του γεγονότος ότι *μια αδήλωτη λειτουργία της μαθηματικής εκπαίδευσης μπο-*



ρεί και να είναι η προετοιμασία των ατόμων να δεχτούν την λειτουργία της «μηχανικής ορθολογικότητας» στη ζωή τους.

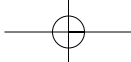
Το εκπαιδευτικό σύστημα πρέπει να διασφαλίζει τον εφοδιασμό της κοινωνίας με ανθρώπους σύμφωνα με μια μήτρα ζήτησης συγκεκριμένων ικανοτήτων. Κάποιες ομάδες ατόμων πρέπει να είναι καλά εκπαιδευμένες στα μαθηματικά, κάποιες πρέπει να μπορούν να χρησιμοποιούν συγκεκριμένες μαθηματικές τεχνικές, κάποιες πρέπει να μπορούν να διαβάζουν διαγράμματα, κάποιες πρέπει να ξέρουν τα μαθηματικά που περιέχονται σε συγκεκριμένες οδηγίες. Η πλειονότητα πρέπει να ξέρει τα μαθηματικά που απαιτούνται για τις αγορές τους, τις πληρωμές και τις τραπεζικές συναλλαγές. Όπως και η γνώση της γραφής και της ανάγνωσης, ο μαθηματικός εγγραμμτισμός μπορεί να είναι μια από τις «βασικές λειτουργικές ικανότητες» σε μια καλά λειτουργούσα κοινωνία. Συγκεκριμένα, μπορούμε να σκεφτούμε την μαθηματική εκπαίδευση ως πειθάρχηση των φοιτητών ώστε αυτοί να ακολουθούν τους κανόνες που διασφαλίζουν την τάξη σε μια κοινωνία. Αυτός μπορεί να είναι ο πραγματικός αν και αφανής λόγος που οι φοιτητές υπόκεινται σε μακροσκελείς σειρές ασκήσεων και διαγωνισμάτων, το χαρακτηριστικό άλλωστε της σχολικής μαθηματικής παράδοσης. Η μαθηματική εκπαίδευση μπορεί να λειτουργεί ως ένα από τα πειθαρχικά καθεστώτα της κοινωνίας, το οποίο διασφαλίζει ότι οι ισχυρές, βασισμένες στα μαθηματικά, δράσεις τελούν υπό αυστηρό έλεγχο.

Αυτές οι παρατηρήσεις με οδηγούν στο να σκεφτώ ότι ούτε τα μαθηματικά ούτε η μαθηματική εκπαίδευση περιέχουν κάποια ουσία που να διασφαλίζει ότι, λόγω της φύσης τους, είναι «καλά» από μόνα τους. Τόσο τα μαθηματικά όσο και η μαθηματική εκπαίδευση λειτουργούν με πολλούς και διάφορους τρόπους ανάλογα με το πλαίσιο τους και έτσι πρέπει να τίθενται υπό κριτικό αναστοχασμό. Η ερώτηση τώρα λοιπόν γίνεται: Τι σημαίνει αναστοχασμός;

3. Η ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΥ

Ο αναστοχασμός μπορεί να εφαρμοστεί σε πολύ συγκεκριμένα ζητήματα. Ο αναστοχασμός απαιτεί τόσο γενικές όσο και συγκεκριμένες επανεξετάσεις της γνώσης, των δράσεων και των πρακτικών.

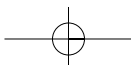
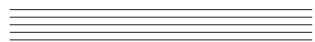




Ας δούμε πώς μπορούμε να ενθαρρύνουμε και να διευκολύνουμε την εισαγωγή του αναστοχασμού στη δευτεροβάθμια μαθηματική εκπαίδευση. Έχω αναφερθεί στο παράδειγμα project που ακολουθεί, σε διάφορες περιπτώσεις.⁷ Σε αυτό φαίνεται καθαρά τι έχω κατά νου όταν μιλώ για συγκεκριμενοποίηση του αναστοχασμού.

Ένας από τους σκοπούς του project ήταν οι σπουδαστές να έρθουν σε επαφή με θέματα στατιστικής και πιθανοτήτων και πιο συγκεκριμένα με την αξιοπιστία των δειγμάτων: Μπορούμε να εμπιστευτούμε πληροφορίες που αντλούνται από ένα δείγμα ώστε να βγάλουμε συμπεράσματα για όλο τον πληθυσμό; Οι δραστηριότητες έγιναν με βάση αυγά μολυσμένα με σαλμονέλα. Όλος ο πληθυσμός των αυγών μεταφέρθηκε στην τάξη με καρότσι. Κουτιά από φιλμ αναπαριστούσαν τα αυγά και μπορούσαν να ανοιχτούν για μελέτη. Κάποια από τα «αυγά» περιείχαν έναν υγιή κρόκο, με τη μορφή ενός κίτρινου πλαστικού κομματιού, ενώ άλλα περιείχαν μπλε πλαστικό, σημάδι μόλυνσης με σαλμονέλα. Η πρώτη δουλειά που ανατέθηκε στους σπουδαστές ήταν να διαλέξουν 10 αυγά από τα καρότσι. Ήταν γνωστό από πριν ότι το 10% των αυγών ήταν μολυσμένο με σαλμονέλα. Κάθε σπουδαστής επέλεξε 10 αυγά και μέτρησε πόσα από αυτά ήταν μολυσμένα. Μπορεί να περίμενε ότι ένα αυγό από το δείγμα των 10 είναι μολυσμένο από σαλμονέλα. Το ερώτημα ήταν κατά πόσο τα δείγματα που επιλέχτηκαν αντικατόπτριζαν τον «πραγματικό» βαθμό μόλυνσης. Η άσκηση στην τάξη έδειξε ότι η εικόνα των δειγμάτων απείχε από αυτή του πληθυσμού. Λιγότερα από τα μισά δείγματα περιείχαν ακριβώς ένα μολυσμένο αυγό. Πώς ήταν αυτό δυνατόν; Μήπως τα αυγά στο καρότσι δεν είχαν αναμειχθεί σωστά; Μήπως αυτό σημαίνει ότι τα δείγματα γενικά είναι αναξιόπιστοι δείκτες; Κάτι τέτοιο συμβαίνει πάντα; Τι μπορεί να σημαίνει αυτό για όλες εκείνες τις περιπτώσεις στις οποίες η γνώση μας για τον πληθυσμό βασίζεται μόνο στα δείγματα; Αυτές είναι άλλωστε και οι πιο συχνές περιπτώσεις, και οι σπουδαστές ήρθαν έτσι αντιμέτωποι με ένα αυθεντικό δίλημμα που εμφανίζεται σε κάθε έλεγχο ποιότητας. Με αυτό τον τρόπο, το project οδήγησε σε μια ευρύτερη συζήτηση γύρω από την αξιοπιστία των πληροφοριών που αντλούνται από αριθμούς. Η συζήτηση περί της αξιοπιστίας δεν αφορά μόνο τα δείγματα, αλλά και κάθε περίπτωση στην οποία απαιτείται μαθηματική δράση.

Σε μια μεταγενέστερη φάση του project, οι σπουδαστές ήταν αναγκασμένοι να πάρουν αποφάσεις βασισμένοι στα αριθμητικά δεδομένα και, με αυτό

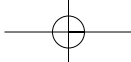


τον τρόπο, να βιώσουν «εκ των έσω» μια δράση βασισμένη στα μαθηματικά. Στην αίθουσα μεταφέρθηκαν δυο καρότσια. Το πρώτο ανακάλυψαν ότι είχε την ονομασία «Αυγά από την Ελλάδα», ενώ το δεύτερο «Αυγά από την Ισπανία». Κάθε ομάδα σπουδαστών πήρε το ρόλο των αντιπροσώπων μιας εταιρείας εισαγωγής αυγών. Η γενική απόφαση που έπρεπε να παρθεί ήταν από ποια χώρα πρέπει να γίνει εισαγωγή αυγών; Και τα δύο σύνολα αυγών ήταν μολυσμένα με σαλμονέλα, αλλά σε διαφορετικό βαθμό, ο οποίος ήταν άγνωστος στους σπουδαστές – για την ακρίβεια άγνωστος στον οποιονδήποτε, μια που ο διδάσκων είχε προσθέσει στη τύχη μολυσμένα αυγά στα δυο καρότσια.

Στους σπουδαστές δόθηκαν πληροφορίες για τις τιμές και έτσι έτυχε τα ισπανικά και τα ελληνικά αυγά να μπορούν να εισαχθούν στην ίδια τιμή, οπότε η μόνη διαφορά ήταν η ποιότητά τους. Οι σπουδαστές είχαν επίσης πληροφορίες σχετικά με το κόστος του ελέγχου ποιότητας (όχι και τόσο φτηνός) καθώς και ότι κάθε αυγό που ελεγχόταν καταστρεφόταν από την διαδικασία ελέγχου. Αυτό σήμαινε ότι ο πλήρης και εξονυχιστικός έλεγχος κάθε αυγού θα οδηγούσε στο να μην υπάρχουν τελικά αυγά για εισαγωγή. Δεν ήταν δύσκολο, λοιπόν, να συμπεράνουν ότι έπρεπε να ελέγξουν τα αυγά με δειγματοληψία. Αλλά πόσα δείγματα ήταν απαραίτητα ώστε να παρθεί μια καλά δικαιολογημένη απόφαση; Οι σπουδαστές έπρεπε να δημιουργήσουν έναν προϋπολογισμό ο οποίος θα αποσαφήνιζε την επιχειρηματική τους στρατηγική. Οι ίδιοι συνειδητοποίησαν ότι όσο πιο αξιόπιστος ήταν ο έλεγχος ποιότητας, τόσο πιο αμφισβητήσιμο θα γινόταν το οικονομικό τους εγχείρημα. Το νόημα όλης αυτής της φάσης του project ήταν οι σπουδαστές να έρθουν αντιμέτωποι με μια κατάσταση συχνή στο κόσμο των επιχειρήσεων: εάν κάποιος θέλει να διασφαλίσει τη μέγιστη ποιότητα του προϊόντος του, θα πρέπει να επενδύσει στον έλεγχο ποιότητας. Πώς δρα κανείς υπεύθυνα σε αυτή την περίπτωση;

Τα θέματα της *αξιοπιστίας* και της *υπευθυνότητας* είναι γενικότερης σημασίας για τα μαθηματικά εν δράσει και θεωρώ ότι είναι σημαντικό η μαθηματική εκπαίδευση να επιληφθεί ρητά τέτοιων θεμάτων. Έτσι, το παράδειγμα των μολυσμένων αυγών μπορεί να υπογραμμίσει τη συγκεκριμενοποίηση του αναστοχασμού που απαιτείται για τη μελέτη των μαθηματικών εν δράσει.





4. Η ΣΥΛΛΟΓΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΥ

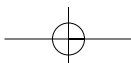
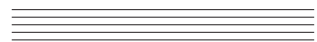
Τι μπορεί να σημαίνει το να διευκολύνεις τον αναστοχασμό; Σε ένα εκπαιδευτικό πλαίσιο, πιστεύω ότι σημαίνει μια μόνιμη υποχρέωση για προετοιμασία του αναστοχασμό πάνω σε κάθε μηχανισμό στον οποίο τα μαθηματικά έχουν κάποιο ρόλο. Αλλά αυτή είναι μια δύσκολη πρόκληση.

Στο project «Κουτιά καραμέλας», οι σπουδαστές ασχολούνταν με την επάρκεια και τους περιορισμούς της αναλογικής συλλογιστικής.⁸ Ο σκοπός ήταν να κατασκευάσουν κουτιά για καραμέλες. Σε αυτή τη διαδικασία, το αντικείμενο μελέτης ήταν η σχέση μεταξύ μήκους l , επιφάνειας a και όγκου v για διαφορετικά κουτιά ίδιων αναλογιών. Παρ' όλ' αυτά, δεν είχε διατυπωθεί ρητά ως στόχος στους φοιτητές η πιθανότητα της έρευνας των σχέσεων αυτών. Είχαν προσκληθεί να κατασκευάσουν κουτιά για καραμέλες. Πώς θα έμοιαζε ένα μεγαλύτερο κουτί αν περιείχε τις διπλάσιες καραμέλες από ένα μικρότερο κουτί; Τι θα συμβεί αν κάποιος χρησιμοποιήσει το διπλό μέγεθος χαρτιού για να κατασκευάσει ένα κουτί διπλού μεγέθους; Τι ακριβώς σημαίνει «διπλάσιου μεγέθους»; Τι θα συμβεί στον όγκο εάν διπλασιάσουμε το μήκος των πλευρών;

Κατά τη διάρκεια του project, αυτές οι ερωτήσεις δεν τέθηκαν, αλλά οι φοιτητές μπόρεσαν να αποκτήσουν την αίσθηση ότι εάν το μήκος της πλευράς δυο ανάλογων κουτιών είναι l , τότε η επιφάνεια θα είναι της τάξης l^2 και ο όγκος της τάξης l^3 .

Οι σπουδαστές δεν καθοδηγήθηκαν ώστε να επικεντρώσουν την προσοχή τους σε τέτοιες παρατηρήσεις. Αυτό ήταν μέρος της εκ των προτέρων σχεδιασμένης στρατηγικής μας, αφού ενδιαφερόμασταν να διασαφηνίσουμε κατά πόσο οι αναστοχασμοί τέτοιου είδους μπορούν να αναπτυχθούν αυθόρμητα από τις δραστηριότητες των σπουδαστών και σε ποιο βαθμό ήταν απαραίτητη μια αρχική πρόκληση για την έναρξη του αναστοχασμού.

Βασισμένοι στις παρατηρήσεις της δραστηριότητας «Κουτιά καραμέλας», βρήκαμε ότι η επικοινωνία και οι προκλητικές ερωτήσεις είναι σημαντικές για την έναρξη και τη διευκόλυνση της διαδικασίας του αναστοχασμού, είτε αυτός έχει σχέση με τα ίδια τα μαθηματικά είτε με την αξιοπιστία, για παράδειγμα, ή την ευθύνη. Ενεργή επικοινωνία μεταξύ του σπουδαστή και του διδάσκοντα, αλλά και μεταξύ των σπουδαστών είναι σημαντική για την πρόκληση του αναστοχασμού. Ο αναστοχασμός μπορεί να είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης



και όχι προσωπικής διαδικασίας. Παρ' όλ' αυτά, δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι προσωπικός αναστοχασμός δεν υπάρχει.

Για να μελετήσουμε, όμως, σημαντικές ερωτήσεις σχετικά με τη μαθηματική διορατικότητα και τα μαθηματικά εν δράσει, η επικοινωνία και η αλληλεπίδραση αποκτούν σημασία.

Αυτό με οδηγεί στο συμπέρασμα ότι εάν μας ενδιαφέρει να αναπτύξουμε τον αναστοχασμό περί των μηχανισμών που λειτουργούν σε πολλές μορφές επαγγελματικής ικανότητας και είναι δυνατόν να εδραιωθούν μέσω μαθηματικών υπολογισμών, τότε πρέπει να είμαστε προσεκτικοί ώστε να εισάγουμε κάποια επικοινωνιακά στοιχεία στην εκπαιδευτική διαδικασία. Θεωρώ ότι ο αναστοχασμός προϋποθέτει μια διαλογική βάση. *Εάν θέλουμε η μαθηματική εκπαίδευση να διευκολύνει τον αναστοχασμό περί των μαθηματικών εν δράσει, τότε πρέπει να εργαστούμε προς την εδραίωση μαθησιακών περιβαλλόντων στα οποία ο αναστοχασμός να μπορεί να προκληθεί μέσω του διαλόγου.* Ένα τέτοιο ερέθισμα επηρεάζεται από τον τρόπο με τον οποίο η διδασκαλία και η μάθηση οργανώνονται και πλαισιώνονται: Το παράδειγμα των «Κουτιών καραμέλας» δείχνει μια πιθανότητα, η «μόλυνση σαλμονέλας» ένα άλλο. Μέσω της συζήτησης τέτοιων «τοπίων διερεύνησης», προσπάθησα να είμαι συγκεκριμένος όσον αφορά το τι μπορεί να σημαίνει η πρόσκληση σπουδαστών ώστε να ερευνούν καταστάσεις και πώς είναι δυνατή μια συλλογική βάση αναστοχασμού.⁹

5. Η ΠΡΟΘΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΥ

Η προθετικότητα αναφέρεται στην ευθύτητα και θεωρώ τις προθέσεις στη μάθηση ως το χαρακτηριστικό το οποίο εμπλέκει και ενεργοποιεί τους μαθητές.¹⁰ Αντί να εμπλέκονται, συχνά παρατηρούμε τους μαθητές να υποχωρούν από τη μαθησιακή διαδικασία, κάνοντας ό,τι τους ζητείται καταναγκαστικά, υποβάλλοντας τους εαυτούς τους στη σχολική λογική όπως τη διαχειρίζονται ο διδάσκων και το εγχειρίδιο.

Οι μαθητές μπορούν να μάθουν πολλά πράγματα μέσω μιας καταναγκαστικής δραστηριότητας. Μπορούν να μάθουν, για παράδειγμα, να λύνουν εξισώσεις ακολουθώντας τις κατάλληλες διαδικασίες. Αν όμως θέλουμε οι μαθητές να εμπλέκονται στις μαθηματικές διαδικασίες και στα αποτελέσματά τους μέσω του αναστοχασμού, είναι δύσκολο να επιτευχθεί κάτι τέτοιο μέσω μιας

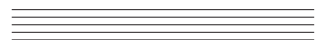


αναγκαστικής δραστηριότητας. Ο αναστοχασμός προϋποθέτει την εμπλοκή των μαθητών. Υπό αυτή την έννοια, η πρόθεση πρέπει να είναι ένα ενδογενές στοιχείο του αναστοχασμού.

Αυτές οι σκέψεις με οδήγησαν να εξετάσω τη σημασία των «τοπίων διερεύνησης», στα οποία προαναφέρθηκα. Θεωρώ ότι είναι σημαντικό να αναμετρηθούμε με τη σχολική μαθηματική παράδοση. Ένας τρόπος να γίνει αυτό είναι να επανεξετασθεί η εκτεταμένη χρήση ασκήσεων. Αυτό είναι το καθοριστικό στοιχείο της παράδοσης και για πολλούς οι μαθηματικές ασκήσεις αντιπροσωπεύουν την ουσία των μαθηματικών. Οι ασκήσεις λειτουργούν ως ένα διαρκές τεστ των μαθηματικών δυνατοτήτων των μαθητών, ενώ και το πειθαρχικό σκέλος της μαθηματικής εκπαίδευσης φαίνεται να είναι συνδεδεμένο με αυτές τις εξετάσεις.

Το παράδειγμα των ασκήσεων μπορεί να αντικατασταθεί με πολλούς τρόπους, ένας από τους οποίους είναι η εργασία μέσω project. Η συζήτηση για την εργασία μέσω project έχει γίνει αντικείμενο λεπτομερούς επεξεργασίας, με την υιοθέτηση συγκεκριμένης ορολογίας, αλλά για να διατυπώσω την ιδέα της συμμετοχής των μαθητών με έναν πιο γενικό τρόπο διάλεξα να μιλήσω για «τοπία διερεύνησης». Τέτοια τοπία μπορούν να εξερευνηθούν μέσω των μαθηματικών. Το τοπίο μπορεί να ορισθεί μέσω μαθηματικών όρων (μέσω δειγμάτων και της υπεργεωμετρικής κατανομής), μπορεί να διατυπωθεί με τη χρήση ως επί το πλείστον ρεαλιστικών αναφορών (μέσω πλαστικών αυγών μολυσμένων με σαλμονέλα), μπορεί να περιγραφεί ως μια πραγματική κατάσταση (μέσω μιας πραγματικής διαδικασίας ελέγχου ποιότητας). Το σημαντικό σημείο είναι ότι τα τοπία διερεύνησης δεν εξερευνώνται στη βάση μιας λίστας προκατασκευασμένων ασκήσεων. Αντ' αυτού, οι εξερευνήσεις γίνονται μέσω ενός «μαθησιακού ταξιδιού», όπου οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να διαλέξουν κατευθύνσεις, να διατυπώσουν ερωτήσεις, να ζητήσουν βοήθεια, να πάρουν αποφάσεις κλπ. Παρ' όλ' αυτά, οι μαθητές είναι αυτοί που ταξιδεύουν στο τοπίο και όχι ο δάσκαλος ή οι συγγραφείς του εγχειριδίου. Αυτοί οι τελευταίοι εμφανίζονται, μέσω των ασκήσεων, ως σχεδιαστές μια αμπαλαρισμένης ξενάγησης, η οποία δεν αφήνει το χρόνο ή τη δυνατότητα για εναλλακτικές διαδρομές.

Η εγκαθίδρυση μαθησιακών τοπίων είναι ένας τρόπος πρόκλησης αναστοχασμού. Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να αναστοχαστούν πάνω στις μαθηματικές διαδικασίες με έναν διαφορετικό τρόπο απ' ό,τι όταν λύνουν ασκή-

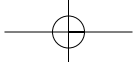


σεις. Μια μαθηματική άσκηση μπορεί να λυθεί σωστά ή λάθος και στη σχολική μαθηματική παράδοση πολύς αναστοχασμός από τη μεριά των μαθητών αφιερώνεται στη θέμα του σωστού-λάθους; Υπολογίσαμε σωστά; Πώς να παρουσιάσουμε τη λύση; Πώς να ελέγξουμε τη λύση; Όταν, όμως, οι μαθητές λειτουργούν σε ένα τοπίο διερεύνησης, δεν χρειάζεται να δεχθούν ένα συγκεκριμένο μαθηματικό περιεχόμενο ως δεδομένο. Αντ' αυτού, μπορούν να μελετήσουν την καταλληλότητά του για την αντιμετώπιση συγκεκριμένων ζητημάτων. Οι αναστοχασμοί αυτοί μπορεί να είναι «παρεμφερείς» με αναστοχασμούς κρίσιμους για τη μαθηματική έρευνα. Παρ' όλ' αυτά, είναι δυνατόν να ανοικτούν τοπία διερεύνησης για αναστοχασμό πάνω στους τρόπους με τους οποίους τα μαθηματικά εφαρμόζονται και πώς μπορεί αυτός να λειτουργήσει σε ένα πλαίσιο εφαρμογής. Ένας τέτοιος αναστοχασμός μπορεί να στραφεί σε θέματα αξιοπιστίας και υπευθυνότητας, όπως προαναφέρθηκε.

Ένα μαθησιακό τοπίο μπορεί να βοηθήσει στο να καταστήσει τους μαθητές «ιδιοκτήτες» της μάθησής τους. Αυτό είναι σημαντικό για τη διαδικασία του αναστοχασμού. Θεωρώ ότι ο αναστοχασμός πρέπει να σχετίζεται, με έναν βαθύ και ουσιαστικό τρόπο, με το περιεχόμενο της μάθησης και τις μελλοντικές εφαρμογές του, να μην ξεχνά τη χρησιμότητά του για το μέλλον των μαθητών. Αυτό δεν μπορεί να είναι μια αναγκαστική διαδικασία. Αντίθετα, θεωρώ ότι οι προθέσεις των μαθητών είναι ένα δομικό στοιχείο του αναστοχασμού. Αναστοχασμός χωρίς πρόθεση είναι άσκοπος.

Για να αποπειραθεί κανείς να εξαλείψει τα πειθαρχικά στοιχεία της μαθηματικής εκπαίδευσης, είναι σημαντικό οι μαθητές να ασχοληθούν με το τι μαθαίνουν, πώς το μαθαίνουν και με την καταλληλότητα αυτού που μαθαίνουν. Πρέπει να έχουν την ευκαιρία να αναστοχαστούν πάνω στην επιστήμη και στη γνώση και τη διορατικότητα που απέκτησαν, ίσως μετατρέποντάς τις σε μια μορφή επαγγελματικής ικανότητας. Θεωρώ τον αναστοχασμό σημαντικό για την αντιμετώπιση των πειθαρχικών στοιχείων που μπορεί να περιέχει η σχολική μαθηματική παράδοση. Ο αναστοχασμός μπορεί να αντιμετωπίσει τη δημιουργία μιας τυφλωμένης επαγγελματικής ικανότητας.



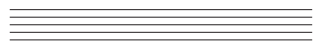


6. Η ΠΟΙΚΙΛΟΜΟΡΦΙΑ ΤΟΥ ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΥ

Σε κάποιες θεωρίες μάθησης, ο αναστοχασμός περιγράφεται, κατά το μάλλον ή ήττον, με ξεκάθαρους όρους. Παρ' όλ' αυτά, δεν θα επιχειρήσω να δείξω την ουσία του αναστοχασμού. Βρίσκω ότι όταν μιλάμε θεωρητικά για τη μάθηση, δεν είναι απαραίτητο να ψάξουμε για κάποια απλοποίηση του αναστοχασμού. Αντ' αυτού, θα βοηθούσε να αναγνωρίσουμε την ποικιλομορφία του αναστοχασμού. Για μένα, είναι αναγκαίο να διευκρινίσουμε ότι οι αναστοχασμοί γύρω από τα μαθηματικά και τη μαθηματική εκπαίδευση μπορούν να πάρουν πολλές μορφές.

Ας ξαναδούμε ένα παράδειγμα ενός προσανατολισμένου ως προς το περιεχόμενο αναστοχασμού. Μπορούμε να φανταστούμε κάποιους νέους μαθητές να ασχολούνται με ασκήσεις διαίρεσης. Βασισμένοι στην προηγούμενη εμπειρία τους, ξέρουν ότι η διαίρεση καθιστά έναν αριθμό μικρότερο. Αυτό βασίζεται όχι μόνο στην εκτεταμένη εμπειρία στη λύση ασκήσεων (οι οποίες σε κάποιες τάξεις είναι σχεδιασμένες μόνο και μόνο για να δείξουν αυτή ακριβώς την ιδιότητα της διαίρεσης), αλλά και στο γεγονός ότι η ίδια η ιδέα της διαίρεσης σημαίνει πως όταν «κάτι» διαιρείται, τα μέρη πρέπει να είναι μικρότερα της αρχικής ολότητας. Οι μαθητές, όμως, θα μπορούσαν να ασχοληθούν με μια σειρά ασκήσεων: να διαιρούν έναν αριθμό αρχικά με 5, μετά με 2, μετά με 1,02, μετά με 1 και τέλος, γιατί όχι, με 0,98; Μια τέτοια δραστηριότητα μπορεί να οδηγήσει σε αναστοχασμούς οι οποίοι έρχονται σε αντίθεση με την παγιωμένη μαθηματική διαίσθηση. Μεγαλύτεροι μαθητές μπορεί να μελετήσουν έναν πληθυσμό από 12 μονάδες, στον οποίο 8 μονάδες είναι ενός είδους και 4 ενός άλλου. Έτσι, η αναλογία τους είναι 2:1. Ας πάρουμε ένα δείγμα 3 μονάδων: Ποια είναι η πιθανότητα το δείγμα να ανακλά την αναλογία 2:1; Ας θεωρήσουμε τώρα ότι έχουμε 120 μονάδες, εκ των οποίων 80 είναι ενός είδους και 40 άλλου. Ποια η πιθανότητα σε αυτή την περίπτωση ένα δείγμα 3 μονάδων να ανακλά την αναλογία 2:1; Τι θα συμβεί αν ξεκινήσουμε με 1.200 μονάδες; Ποια η πιθανότητα ένα δείγμα 6 μονάδων να ανακλά την αναλογία 2:1;¹¹

Μπορούν να βρεθούν πολλά διαφορετικά παραδείγματα με παρόμοιο μαθηματικό περιεχόμενο. Αυτή η μορφή αναστοχασμού απευθύνεται στο συγκεκριμένο είδος κατανόησης, μέσω της οποίας η μαθηματική διαίσθηση αναπτύσσεται. Παρ' όλ' αυτά, αναστοχασμοί σχετικά με την αξιοπιστία και την

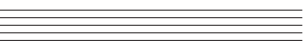


υπευθυνότητα ανοίγουν διεξόδους προς μια διαφορετική διάσταση αναστοχασμού. Απευθύνονται σε πράξεις και πρακτικές που λειτουργούν έξω από το βασίλειο των μαθηματικών, αλλά απαρτίζονται από μαθηματικά βασισμένους μηχανισμούς. Για μένα, τέτοιου είδους αναστοχασμοί είναι σημαντικοί εάν είναι να αποφύγουμε μια ηθικά τυφλή λειτουργία των μηχανικών διαδικασιών.

Οι αναστοχασμοί, όμως, μπορούν να πάρουν πολλούς και τελείως διαφορετικούς δρόμους.¹² Ένας μαθητής μπορεί να αναρωτηθεί περί του ποιος είναι ο σκοπός του να ασχολείται με ένα project για αυγά μολυσμένα με σαλμονέλα: Είναι το project μέρος του αναλυτικού προγράμματος; Πώς θα οργανωθούν οι ομάδες; Υπάρχει η πιθανότητα να είναι στην ίδια ομάδα με την Άννα; Ή έχει ο διδάσκων καθορίσει από πριν τις ομάδες; Ποιος ο λόγος να μαθαίνει κανείς κάτι τέτοιο; Γιατί εγώ να μαθαίνω κάτι τέτοιο; Τέτοιοι αναστοχασμοί μπορεί να μην αφορούν το περιεχόμενο της μάθησης ευθέως, αλλά σίγουρα αφορούν τη μαθησιακή κατάσταση. Τέτοιοι αναστοχασμοί έχουν επίπτωση στο πώς οι μαθητές θα εμπλακούν με (ή θα απεμπλακούν από) τη μάθηση. Η προσέγγιση της μάθησης από τους μαθητές καταλήγει να ανακλά πολλές και διαφορετικές θεωρήσεις πέρα από την κατανόηση των μαθηματικών.

Οι μαθητές αναστοχάζονται πάνω στις πιθανότητές τους (ή στην έλλειψη αυτών) κατά τη διάρκεια της ζωής τους. Το μέλλον των μαθητών είναι ένα σημαντικό θέμα για αναστοχασμό.¹³ Το μέλλον αυτό μπορεί να ιδωθεί ως μερικά κατασκευασμένο μέσω αναστοχασμού. Τι μπορεί κάποιος να φανταστεί ότι θα καταλήξει να είναι; Τι μπορεί κάποιος να περιμένει, ρεαλιστικά μιλώντας, ότι θα καταλήξει να είναι; Τέτοιου είδους αντιφατικές θεωρήσεις μπορούν να καταστήσουν τον αναστοχασμό έναν τρόπο μέσω του οποίου οι μαθητές αποδίδουν νόημα σε αυτό που κάνουν. Οι μαθητές μπορεί επίσης, μέσω του αναστοχασμού, να συνειδητοποιήσουν ότι οι σχολικές δραστηριότητες δεν έχουν νόημα, τουλάχιστον από τη δική τους σκοπιά. Ο αναστοχασμός και η κατασκευή του νοήματος σχετίζονται μεταξύ τους. Ο αναστοχασμός έχει επιπλέον την δυνατότητα να προκαλεί την καταστροφή του νοήματος και την συνειδητοποίηση της έλλειψης σημασίας.

Όπως προαναφέρθηκε, η μαθηματική εκπαίδευση μπορεί να είναι μια λειτουργικά δομική διαδικασία για την ταξινόμηση και την κατανομή των μαθητών σε μια μήτρα προσφοράς, η οποία μπορεί να αντιστοιχεί στη μήτρα ζήτησης. Η πιθανή αυτή λειτουργικότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης μπορεί επίσης να απευθυνθεί προς τους μαθητές, οι οποίοι είτε θα υπακούσουν τυφλά



λόγω έλλειψης αναστοχασμού, είτε θα υπακούσουν συνειδητά ή θα αντισταθούν λόγω αναστοχασμού γύρω από το ζήτημα. Το προσκλήνιό τους είναι δομημένο μέσω της κοινωνικής λειτουργικότητας της μαθηματικής επιβολής πειθαρχίας.

7. Η ΕΥΠΑΘΕΙΑ ΤΟΥ ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΥ

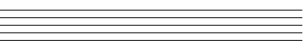
Τα μαθηματικά μπορούν να παίξουν το ρόλο ενός συλλογιστικού μηχανισμού γύρω από ένα σύνολο προβλημάτων, θεωρώ όμως ότι αυτό είναι προβληματικό όταν τα μαθηματικά θεωρούνται ως δεδομένα σε μια πρακτική. Ο μηχανισμός τότε καταλήγει να γίνει διαδικασία, η οποία ενεργοποιείται χωρίς να απαιτείται η ανάληψη της ευθύνης για τον αντίκτυπό της σε αυτό για το οποίο ενεργοποιήθηκε. Η κοινοτοπία της επαγγελματικής ικανότητας καταδεικνύει μια κατάσταση στην οποία εκτελεί δράσεις για τις οποίες δεν είναι υπεύθυνος, μια που ακολουθεί *a priori* διαδικασίες. Αυτή η γενική παρατήρηση μας οδηγεί στο να αναγνωρίσουμε την ευπάθεια του αναστοχασμού.

Η ευπάθεια αυτή γίνεται εμφανής στην πανεπιστημιακού επιπέδου εκπαίδευση. Ως παράδειγμα του τι εννοώ, θα αναφερθώ στην αποτίμηση του ρίσκου, το οποίο είναι σημαντικό ζήτημα στην εκπαίδευση των μηχανικών. Για παράδειγμα, πώς καθορίζεται η κατάλληλη δομική σταθερότητα σε ένα αντισεισμικό κτίριο; Τεχνικά, μπορεί να μην είναι πολύ δύσκολη η κατασκευή ενός πλήρως αντισεισμικού κτιρίου. Μπορεί όμως να είναι εξαιρετικά ακριβή, οπότε ερχόμαστε αντιμέτωποι με την πρόκληση της εύρεσης ισορροπίας μεταξύ αυτού που είναι «ασφαλές σε λογικά πλαίσια» και του «δαπανηρού σε λογικά πλαίσια». Τι σημαίνει, όμως, να εξισορροπούμε ανάμεσα σε τόσο διαφορετικές μορφές του «λογικού»; Πώς μπορεί η «ασφάλεια σε λογικά πλαίσια» να εξισορροπηθεί με την εκροή κεφαλαίων; Αυτό είναι μια ερώτηση περί του είδους της επαγγελματικής ικανότητας που απαιτείται για να παρθεί μια τέτοια απόφαση, αλλά ποιο είδος επαγγελματικής ικανότητας απαιτείται σε μια τέτοια περίπτωση;

Σε μια απλοποιημένη μορφή, το ρίσκο ενός συμβάντος A μπορεί να εκφραστεί ως $R(A) = P(A) C(A)$, όπου το ρίσκο υπολογίζεται ως το γινόμενο της πιθανότητας του ότι το A θα συμβεί και της σοβαρότητας των συνεπειών του A . Από μια μαθηματική σκοπιά, δεν υπάρχει κάτι που να ξαφνιάζει σε αυτή τη διατύπωση. Από την άλλη, η πιθανότητα $P(A)$ μπορεί να είναι δύσκολο να εκτιμηθεί. Εάν το συμβάν A είναι η κατάρρευση ενός κτιρίου, μπορούμε να φαντα-

στούμε πολλούς διαφορετικούς υπολογισμούς για να καταλήξουμε σε ένα νούμερο, όπως τις στατιστικές προηγούμενων σεισμών, τον αριθμό παρόμοιων κτιρίων τα οποία υποβλήθηκαν σε σεισμική δραστηριότητα κ.ά.¹⁴ Μετά ερχόμαστε στην εκτίμηση του $C(A)$, δηλαδή του κόστους του να συμβεί το A . Η εκτίμηση μπορεί να βασίζεται στο τι θα κοστίζει η αναδόμηση της κατασκευής. Πρέπει, όμως, να παρθούν υπόψη πολλοί και διαφορετικοί παράγοντες. Μπορεί να υπάρξουν θάνατοι και τραυματισμοί λόγω μιας κατάρρευσης. Πώς μπορεί να εκτιμηθεί το κόστος σε αυτή την περίπτωση; Ποια είναι η τιμή ενός ατόμου; Η εκτίμηση θα μπορούσε να γίνει από την προοπτική των ασφαλειών ζωής. Πόσα χρήματα δίνονται όταν κάποιος σκοτώνεται; Ή η ανάλυση θα μπορούσε να γίνει με βάση τη μέση τιμή της αναμενόμενης παραγωγικής απόδοσης ενός μέσου ατόμου στην εκτιμώμενη υπόλοιπη ζωή του ως εργαζομένου.¹⁵

Για να κάνει κάποιος τέτοιου είδους αναλύσεις κόστους-κέρδους, οι οποίες χρησιμοποιούνται σε όλες τις λήψεις αποφάσεων, πρέπει να καταφύγει στα μαθηματικά. Τα μαθηματικά παρέχουν έναν συγκεκριμένο τρόπο για να βλέπει κανείς τον κόσμο. Κάποιες πλευρές καταδεικνύονται ως σημαντικές και κάποιες αγνοούνται. Παρ' όλ' αυτά, είναι σημαντικό να επισημάνουμε ότι η συγκεκριμένη πλευρά της πραγματικότητας δεν αναπαρίσταται στα μαθηματικά (με την έννοια ότι δεν αντιγράφεται και δεν αντικατοπτρίζεται σε αυτά), αλλά επανεμφανίζεται, με την έννοια ότι εμφανίζεται με διαφορετική μορφή. Τα μαθηματικά παρέχουν μια επαναδιαμόρφωση του κόσμου. Στη φιλοσοφία, η ορθολογιστική παράδοση υποθέτει ότι υπάρχει μια συνάφεια ανάμεσα στον ορθολογισμό και την πραγματικότητα. Σύμφωνα με τον Ντεκάρτ, θα ήταν δυνατόν η δομή του κόσμου να γίνει κατανοητή μέσω μιας ορθολογιστικής διαδικασίας. Σε αντίθεση με αυτό, είναι θεμιτή η άποψη ότι δεν πρέπει να περιμένουμε τα μαθηματικά να αναπαριστούν την πραγματικότητα. Παρ' όλ' αυτά, όταν τα μαθηματικά τίθενται εν δράσει, είναι εύκολο να συμπεριφερόμαστε λες και αυτό που τα μαθηματικά επανεμφανίζουν είναι μια αναπαράσταση. Αυτό είναι μια ψευδαίσθηση, ισχυρή όμως, η οποία πρέπει να αντιμετωπιστεί μέσω του αναστοχασμού. Η μαθηματική αντιμετάθεση θεμελιώνει έναν νέο κόσμο με τους όρους της υποτιθέμενης περιγραφής και αυτός ο νέος κόσμος μπορεί φαινομενικά να αντιμετωπιστεί επαρκώς μέσω υπολογισμών. Συγκεκριμένα, μια περίπλοκη κατάσταση στην οποία απαιτούνται λήψεις αποφάσεων δρομολογείται προς μια ανάλυση κόστους-κέρδους. Η διεκπεραίωση μιας τέτοιας μαθηματικής αντιμετάθεσης προϋποθέτει μια άριστη γνώση των μαθη-



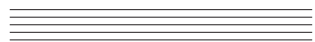
ματικών μηχανισμών και η εκπαίδευση στην επαγγελματική ικανότητα συχνά επικεντρώνεται στο χειρισμό της αντιμετάθεσης αυτής.

Θεωρώ σημαντικό να θεωρούμε την ανάπτυξη της επαγγελματικής ικανότητας όχι μόνο ως την ανάπτυξη της δυνατότητας κατανόησης και χειρισμού συγκεκριμένων περίπλοκων μηχανισμών, αλλά και της δυνατότητας αναστοχασμού πάνω στο τι μπορεί να σημαίνει ο χειρισμός αυτός. Ελπίζω ότι κάθε επαγγελματική ικανότητα θα καταλήξει να συμπεριλαμβάνει την αυτοκριτική ως σημαντικό στοιχείο της.

Το είδος του αναστοχασμού που έλαβε χώρα στο project της μόλυνσης με σαλμονέλα μπορεί να εφαρμοσθεί σε κάθε διαδικασία ανάπτυξης επαγγελματικής ικανότητας στην οποία τα μαθηματικά παίζουν σημαντικό ρόλο. Ο αναστοχασμός στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση μπορεί ενδεχομένως να στραφεί σε θεμελιώδη στοιχεία των μαθηματικών εν δράσει. Με αυτό τον τρόπο, ο σχετικός με την επαγγελματική ικανότητα αναστοχασμός μπορεί να προετοιμάζεται σε προγενέστερα επίπεδα, αν και δεν βλέπω κάτι τέτοιο να γίνεται με κάποιο σοβαρό τρόπο στη μαθηματική εκπαίδευση. Για την ακρίβεια, η σχολική μαθηματική παράδοση είναι αναμενόμενο να δημιουργήσει σημαντικά εμπόδια. Οι μαθητές που αποκτούν μαθηματική ικανότητα είναι κατά πάσα πιθανότητα έτοιμοι να αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά με έναν αποπλαισιωμένο τρόπο, καθώς και να εκτελούν μαθηματικές εφαρμογές ανεξαρτήτως του πλαισίου αναφοράς. Είναι πιθανόν να μετατραπούν σε «λειτουργικούς» φορείς των μαθηματικών. Ο μεγάλος αριθμός των μαθητών που δεν καταλήγουν να τελειοποιήσουν τη μαθηματική τους γνώση, τους οποίους η σχολική μαθηματική παράδοση χαρακτηρίζει ως έχοντες δυσκολίες με τα μαθηματικά, μπορεί να αποκτήσει μια «λειτουργική» ικανότητα κατάλληλη για την καθορισμένη γι' αυτούς θέση στην κοινωνική ιεραρχία. Γιατί εάν επιδιώκουμε μια «τυφλή» επαγγελματική ικανότητα, είναι σημαντικό η ευρεία πλειοψηφία να αποδέχεται τα αποτελέσματα αυτής της ικανότητας. Και τι πιο δεκτικό από ένα κοινό το οποίο έχει παθητικά αποδεχθεί ότι τα μαθηματικά δεν είναι γι' αυτούς;

8. Η ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΥ

Οι αναστοχασμοί είναι αβέβαιοι. Αυτό έχει τουλάχιστον δύο νοήματα. Ο επιστημικός θεμελιωτισμός θεωρεί ότι είναι πιθανό να βρεθεί κάποιου είδους



θεμέλιο πάνω στο οποίο θα στηριχθεί η γνώση. Ο θεμελιωτισμός αυτός παρουσιάστηκε από τον Ντεκάρτ και πολλοί άλλοι έχουν ακολουθήσει την προσέγγιση αυτή με το να προτείνουν βάσεις πάνω στις οποίες μπορεί να εδραιωθεί η γνώση. Μια διαφορετική παραλλαγή του θεμελιωτισμού εμφανίζεται μέσω της προσπάθειας να εδραιωθεί μια υπερβατική φιλοσοφία, με πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα την *Κριτική του Ορθού Λόγου* του Καντ. Αυτός προσπαθεί να ξεμπλέξει κάποια στοιχεία της φιλοσοφικής ανάλυσης από το ρεύμα της καθημερινής ζωής και, από μια ιδιαίτερα αποσυνδεδεμένη σκοπιά, προσδιορίζει a priori όρους για την εδραίωση της γνώσης.

Όλες οι προσπάθειες για μια διατύπωση περί της γνώσης πριν η τελευταία εδραιωθεί μπορεί να θεωρηθεί μια προσπάθεια να εξοβελιστεί η αβεβαιότητα από την επιστημική αρένα. Θα ήταν θαυμάσιο αν θα μπορούσε να διατυπωθεί μια άποψη για τη δομή των μαθηματικών και να αναγνωριστεί η ουσία των μαθηματικών, και με αυτό τον τρόπο να εμφανιστεί πώς η ισχύς της μαθηματικής ορθολογικότητας εξασφαλίζει την καθολική δυναμική της προόδου. Θα ήταν θαυμάσιο να γινόταν το ίδιο για την επιστήμη. Αυτό θα εξασφάλιζε ότι ο αναστοχασμός θα περιοριζόταν στη διευκόλυνση της λειτουργίας του ορθολογισμού. Ένα μεγάλο μέρος της αβεβαιότητας θα εξαφανιζόταν.

Θεωρώ ότι τέτοιες επιστημολογικές επιδιώξεις μοιάζουν με φιλοσοφικές ονειροπολήσεις. Αντί αυτού, θεωρώ σημαντικό να αντιμετωπιστεί η αβεβαιότητα ως μια ανθρώπινη κατάσταση, σε σχέση με την κοινωνικοπολιτική λειτουργικότητα των μαθηματικών και της επιστήμης. Μια τέτοια άποψη μπορεί να φανεί ότι υποστηρίζει έναν απόλυτο σχετικισμό, ο οποίος καθιστά τον αναστοχασμό χωρίς σημασία. Γιατί να αναστοχάζεται κανείς αν κάθε πράξη είναι το ίδιο καλή με κάθε άλλη; Παρ' όλ' αυτά, προσπαθώ να αναπτύξω τον αναστοχασμό ως ένα μέσο για την αντιμετώπιση των αβεβαιοτήτων. Δεν προσπαθώ να εδραιώσω κάποια θέματα για τον αναστοχασμό, αλλά αρνούμαι τον απόλυτο σχετικισμό. Για την ακρίβεια, αν υπέθετα έναν απόλυτο σχετικισμό, δεν θα ξεκινούσα αυτή τη μελέτη με το να συζητήσω την αναγκαιότητα του αναστοχασμού. Το να σχετίσω τον αναστοχασμό τόσο με την αβεβαιότητα, όσο και με την βεβαιότητα μπορεί να είναι αντιφατικό, αλλά ας είναι έτσι.



ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

¹ Ο τίτλος του πρωτότυπου άρθρου είναι «Reflections as a Challenge» και δημοσιεύθηκε στο περιοδικό *ZDM*, 38(4), 2006, σ. 323-332. Η μετάφραση έγινε από τον Κώστα Ταμπάκη.

² Για μεγαλύτερη εμπάθυνση στο θέμα των μαθηματικών εν δράση, δες Skovsmose (2005b) και Skovsmose and Yasukawa (2004).

³ Η χρήση ενός μηχανισμού αντλείται και από τη μηχανιστική άποψη για τον κόσμο, όπως αυτή διατυπώθηκε από τον Descartes και χρησιμοποιήθηκε από πολλούς άλλους. Τα μαθηματικά, η λογική και ο υπολογισιμότητα έχουν υπάρξει οχήματα της μηχανιστικής σκέψης.

⁴ Δες Arendt (1977).

⁵ Σε αυτό το πλαίσιο, δεν προσπαθώ να ξεχωρίσω μεταξύ του «αναστοχασμού» και του «κριτικού αναστοχασμού». Κάποιες φορές, χρησιμοποιώ την έννοια «κριτικός» για να δώσω έμφαση στο ότι έχω κατά νου κάποιους πιο εμβριθείς αναστοχασμούς σχετικά με τις συνθήκες γνωστικής ανάπτυξης. Κάποιες άλλες φορές, χρησιμοποιώ τον ίδιο όρο για να υπογραμμίσω κοινωνικοπολιτικές απόψεις του αναστοχασμού.

⁶ Δες, για παράδειγμα, Beck (1992, 1999), Foucault (1989, 1994), Gibbons et al. (1994).

⁷ Το παράδειγμα έχει αναπτυχθεί σε συνεργασία με τους Helle Alrø, Morten Blomhøj, Henning Bødtkjer και Mikael Skanstrøm και έχει περιγραφεί στο Alrø και Skovsmose (2002).

⁸ Το project παρουσιάζεται στο Alrø και Skovsmose (2002). Το έφερε εις πέρας ο Henning Bødtkjer.

⁹ Δες Skovsmose (2001).

¹⁰ Η συνάφεια των προθέσεων-στη-μάθηση έχει συζητηθεί στο Skovsmose (1994) και στο Alrø και Skovsmose (2002).

¹¹ Το τελευταίο παράδειγμα μπορεί να λειτουργήσει ως έναυσμα για μια συζήτηση γύρω από το πώς να διασφαλιστεί η σωστή αναλογία των συστατικών μια ιατρικής δόσης. Πώς μπορούμε να διασφαλίσουμε ότι όλα τα χάπια που παράγονται περιέχουν τα διάφορα συστατικά στη σωστή δόση;

¹² Έχω διερευνήσει ένα μέρος αυτής της ποικιλομορφίας στο Skovsmose (1994), όπου συζητώ τον «αναστοχασμό» ως μια ανοιχτή έννοια.

¹³ Η έννοια του προσκηνίου των μαθητών έχει παρουσιαστεί στο Skovsmose (2005a).

¹⁴ Να αναφέρω εδώ ότι παρόμοιες εκτιμήσεις παίρνονται υπόψη στις αξιολογήσεις για το ρίσκο ενός ατυχήματος σε ατομικά εργοστάσια. Η εφαρμοσμένη θεωρία πιθανοτήτων σε αυτή την περίπτωση φτάνει στα όριά της.

¹⁵ Μια ποικιλία θεμάτων προσεγγίζονται μέσω παρόμοιων αναλύσεων κόστους-κέρδους. Για παράδειγμα, στην οικονομία της υγείας συχνά υπολογίζεται το κέρδος του να εφαρμοσθεί μια συγκεκριμένη προσέγγιση έναντι μιας άλλης. Σε αυτή την περίπτωση, η επίπτωση μετριέται μέσω των κερδιζόμενων ετών ζωής. Και αμέσως γεννάται το ερώτημα αν τα έτη ζωής είναι η κατάλληλη μονάδα μέτρησης. Θα μπορούσε επίσης να μετρηθεί η αύξηση της παραγωγικότητας, υποδηλώνοντας έτσι ότι είναι πιο κερδοφόρο να επενδύσει κανείς σε ιδιαίτερα ικανούς εργάτες. Μια παρόμοια ανάλυση κόστους-κέρδους μπορεί να γίνει για κάθε ανθρωπιστικό πρόγραμμα βοήθειας.

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΕΤΑΦΡΑΣΤΗ

Το κείμενο ήταν αρκετά δύστροπο στη μετάφραση, κυρίως γιατί ο συγγραφέας χρησιμοποιεί εκφράσεις με καινοφανή τρόπο, δίνοντάς τους συγκεκριμένη σημασία. Παράδειγμα τέτοιων εκφράσεων και η μετάφραση που χρησιμοποιήθηκε αποτελούν τα εξής:

Reflections: αναστοχασμός (η φράση προτιμήθηκε έναντι των *σκέψεις* ή *στοχασμοί* κυρίως γιατί οι δυο αυτές λέξεις έχουν χρησιμοποιηθεί για να μεταφραστούν εκφράσεις όπως *thoughts* σε γνωστά κείμενα. Η φράση *αναστοχασμός* είναι περισσότερο ουδέτερη, ενώ υπάρχει στο Φιλοσοφικό Λεξικό του Πελεγρίνη)

Landscapes of investigations: τοπία διερεύνησης (η φράση προτιμήθηκε γιατί ο συγγραφέας μιλάει για εκδρομές και εξερευνήσεις σε αυτά)

Fragility: ευπάθεια (η ακριβής μετάφραση θα ήταν *ευθραυστότητα*, η οποία υπάρχει στο Λεξικό Τεγόπουλου-Φυτράκη. Η λέξη όμως δεν συναντάται συχνά και είναι δύσχρηστη)

Demand/supply matrix: μήτρα προσφοράς/ζήτησης (η φράση δεν είναι μέρος της οικονομικής θεωρίας, οπότε προτιμήθηκε η ακριβής μετάφραση)

Students' foreground: το προσκήνιο των μαθητών

Άλλες φορές, ο συγγραφέας χρησιμοποιεί φράσεις λίγο αδόκιμα ή επαναλαμβάνει το ίδιο ρήμα. Π.χ.:

What I say is more profound: η ακριβής μετάφραση θα ήταν *Λέω κάτι πιο βαθυστόχαστο*, η οποία όμως δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα τέτοιο κείμενο.

Σε τέτοιες περιπτώσεις, το ύφος άλλαξε ώστε να είναι πιο ουδέτερο. Στις περιπτώσεις των πολλαπλών και συνεχόμενων χρήσεων του ίδιου ρήματος, η πολλαπλότητα μεταφέρθηκε στην ελληνική μετάφραση.

Τέλος, ο όρος **project** έμεινε αμετάβλητος, μια που στην ελληνική βιβλιογραφία χρησιμοποιείται επίσης αμετάβλητος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002), *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Arendt, H. (1977), *Eichmann in Jerusalem: A Report on the Banality of Evil*, Penguin Books, New York (First published 1963).
- Beck, U. (1992), *Risk Society: Towards a New Modernity*, SAGE Publications, London.
- Beck, U. (1999), *World Risk Society*, Polity Press, Cambridge.
- Foucault, M. (1989), *The Archeology of Knowledge*, Routledge, London (First French edition 1969).
- Foucault, M. (1994), *The Order of Things: An Archaeology of the Human Sciences*, Vintage Books, New York (First French edition 1966).

- Gibbons, M., Limoges, C., Nowotny, H., Schwartzman, S., Scott, P., & Trow, M. (1994), *The New Production of Knowledge: The Dynamics of Science and Research in Contemporary Societies*, Sage Publications, London.
- Skovsmose, O. (1994), *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Skovsmose, O. (2001), "Landscapes of Investigation", *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(4), σ. 123-132.
- Skovsmose, O. & Yasukawa, K. (2004), "Formatting Power of 'Mathematics in a Package': A Challenge for Social Theorising?", *Philosophy of Mathematics Education Journal* (<http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome18/contents.htm>)
- Skovsmose, O. (2005a), "Foregrounds and Politics of Learning Obstacles", *For the Learning of Mathematics*, 25(1), σ. 4-10.
- Skovsmose, O. (2005b), *Travelling Through Education: Uncertainty, Mathematics, Responsibility*, Sense Publishers, Rotterdam.

