

# Το επιστημονικό αντικείμενο της Διδακτικής των Μαθηματικών: Παραδοχές και ζητούμενα

Δημήτρης Χασάπης

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης,  
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

## ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ

Ποιο είναι το αντικείμενο της διδακτικής των μαθηματικών, ως επιστημονικής πρακτικής; Ακριβέστερα, ποιο αντικείμενο αποδίδεται άμεσα ή έμμεσα στη διδακτική των μαθηματικών από τις δημοσιεύσεις θεωρητικών αναλύσεων και εμπειρικών ερευνών, από τα πρακτικά των συναφών συνεδρίων και από τα σχετικά ερευνητικά προγράμματα;

Η απάντηση στο ερώτημα αυτό φαίνεται αυτονόητη: η μάθηση και η διδασκαλία των μαθηματικών. Δεν είναι όμως, γιατί αυτή η απάντηση προϋποθέτει την παραδοχή ότι το φαινόμενο της μάθησης έχει ουσιωδώς διαφορετικά χαρακτηριστικά για τη μαθηματική γνώση από εκείνα τα χαρακτηριστικά που έχει η μάθηση κάθε άλλης επιστημονικής γνώσης. Στην ίδια βάση, η διδασκαλία των μαθηματικών διαφοροποιείται από τη διδασκαλία άλλων επιστημονικών γνώσεων, ως εφαρμογή επιστημονικών δεδομένων τα οποία προκύπτουν από τη μελέτη της μάθησης των μαθηματικών. Η παραδοχή αυτή, όμως, δεν μπορεί ούτε να θεωρείται εκ προοιμίου αυτονόητη ούτε είναι βέβαια καθολικά αποδεκτή.

Ως συνέπεια, τίθεται υπό ερώτηση το επιστημονικό καθεστώς της διδακτικής των μαθηματικών, αλλά και με ανάλογα επιχειρήματα όλων των διδακτικών, οι οποίες εντάσσονται στην ενότητα των επιστημονικών πρακτικών, οι οποίες ονομάζονται “επιστήμες της αγωγής” και οι οποίες συγκροτούνται στη βάση παρόμοιων παραδοχών για το φαινόμενο της μάθησης.

Η παρούσα εισήγηση θέτει πρωτίστως ερωτηματικά για το ζήτημα αυτό και επιχειρεί να σκιαγραφήσει απαντήσεις, αποσπασματικά και αναπόφευκτα ελλειπτικά, υιοθετώντας βασικές αρχές της Αλτουσεριανής επιστημολογικής οπτικής, όπως έχουν αναπτυχθεί από τον Μπαλτά (1990) και συνοψίζονται επιλεκτικά στη συνέχεια.



Κάθε επιστήμη έχει το αντικείμενο της, το οποίο η ίδια συγκροτεί και το οποίο ταυτόχρονα αποτελεί συστατικό της στοιχείο. Κάθε επιστήμη συγκροτεί το αντικείμενο της επιλέγοντας, ορίζοντας και περιγράφοντας φαινόμενα της πραγματικότητας, ανακατασκευάζοντας εννοιολογικά τα φαινόμενα αυτά και εντάσσοντας τα επιλεγμένα και εννοιολογικά ανακατασκευασμένα φαινόμενα στο επιστημονικό της αντικείμενο. Η διαδικασία συγκρότησης του επιστημονικού αντικειμένου μιας επιστήμης αποτελεί ταυτόχρονα και διαδικασία συγκρότησης της ίδιας της επιστήμης, αφού προϋποθέτει και χρησιμοποιεί, ενώ τη ίδια στιγμή παράγει, το εννοιολογικό σύστημα και τις ερευνητικές μεθόδους, που προσιδιάζουν στη συγκεκριμένη επιστήμη. Το επιστημονικό αντικείμενο, το εννοιολογικό σύστημα και οι ερευνητικές μέθοδοι μιας επιστήμης συγκροτούνται, επομένως, ταυτόχρονα μέσα από μια διεργασία αμοιβαίων προσδιορισμών και ελέγχων, όπου καθένα από τα στοιχεία αυτά προϋποθέτει την ύπαρξη των άλλων. Αυτή η διαδικασία συγκρότησης μιας επιστήμης καθιστά το αντικείμενο της σχετικά αυτόνομο από τα αντικείμενα των άλλων επιστημών και αποδίδει στις έννοιες που αποτελούν το εννοιολογικό της σύστημα μια σχετική αυτονομία νοήματος. Η αυτονομία του επιστημονικού αντικειμένου και αυτονομία νοήματος των εννοιών κάθε επιστήμης καθορίζουν τα όρια της διεπιστημονικότητας της.

## Η ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Όπως διατυπώνεται από τον Μπαλτά (1983), η συγκρότηση κάθε επιστήμης συνιστά “*μια ιδιαίτερα σύνθετη διαδικασία η οποία ενέχει και ενεργοποιεί κατά ιδιάζοντες τρόπους πολλά, διαφορετικά και ανομοιογενή στοιχεία της συνολικής κοινωνικής πρακτικής. Άλλαγές στην υλική παραγωγή και τη ζωή των ανθρώπων, τεχνικά επιτεύγματα και καινοτομίες, νέες κοινωνικές εμπειρίες, εντάσεις και ρήγματα στις πρακτικές ιδεολογίες, αλλαγές που συνεπιφέρονται στις θεωρητικές, φιλοσοφικές διαφοροποιήσεις και συγκρούσεις, συσσωρεύονται, αλληλλοδιαπλέκονται και δημιουργούν ένα σημείο κρίσιμης συγκέντρωσης όπου οι επιμέρους πιέσεις που υφίσταται το δεδομένο συμπυκνώνονται, αλληλλοενισχύονται και οδηγούν στην καταστροφή του. Η διαδικασία αυτής της καταστροφής είναι ταυτόχρονα ή διαδικασία που διαμορφώνει το επιστημονικό αντικείμενο, αυτή που συνιστά το αντίστοιχο εννοιολογικό σύστημα και αυτή που αποκαθιστά τις προσιδιάζουσες σ’ αυτά πειραματικές διαδικασίες. Είναι, δηλαδή, ή διαδικασία που συγκροτεί ταυτόχρονα, μέσα σε μία ενιαία κίνηση, όλα τα στοιχεία που συναποτελούν την επιστήμη αυτή*”, μια διαδικασία που έχει ονομαστεί από τον Μπασελάρ “*επιστημολογική τομή*”.

Η διδακτική των μαθηματικών ως επιστημονική πρακτική και ερευνητικό πεδίο συγκροτείται ταυτόχρονα με, και σε μεγάλο βαθμό μέσα από, τις μεγάλες μεταρρυθμίσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν κατά τη δεκαετία του 1960. Οι μεταρρυθμίσεις αυτές καθοδηγήθηκαν από τον Οργανισμό Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (OECD, αρχικά Οργανισμό Ευρωπαϊκής Οικονομικής Συνεργασίας - ΟΕΕΚ), ως απόκριση της Δύσης στην τεχνολογική πρόκληση της ΕΣΣΔ στο πλαίσιο του λεγόμενου Ψυχρού Πολέμου, η οποία εκδηλώθηκε με την εκτόξευση του δορυφόρου *Sputnik I* τον Οκτώβριο του 1957. Κατά τη δεκαετία του 1960, συνέρχονται με την καθοδήγηση και την χρηματοδότηση του ΟΟΣΑ σε διαδοχικές συναντήσεις με τη μορφή σεμιναρίων-συνεδρίων ειδικοί της μαθηματικής εκπαίδευσης και στελέχη εκπαιδευτικής πολιτικής, ως αντιπρόσωποι χωρών της Δυτικής Ευρώπης και των ΗΠΑ και επεξεργάζονται το περιεχόμενο, τα μέσα, τις πρακτικές και τα προβλήματα της διδασκαλίας των μαθηματικών, διαμορφώνοντας το βασικό πλαίσιο των μεταρρυθμίσεων της μαθηματικής εκπαίδευσης (Fehr, 1961α, 1961β, 1964). Από το 1966 και εξής δραστηριοποιείται στην ίδια κατεύθυνση με μια σειρά μελετών, εκδόσεων και σεμιναρίων η UNESCO με στόχο τη διάδοση των μεταρρυθμίσεων της μαθηματικής εκπαίδευσης στις χώρες εκτός της Δυτικής Ευρώπης και τις ΗΠΑ (UNESCO, 1966). Το 1968 εκδίδεται το περιοδικό *Educational Studies in Mathematics* και τον επόμενο χρόνο το *Journal for Research in Mathematics Education*, δύο από τα σημαντικότερα περιοδικά και με μεγάλη επιρροή στη διαμόρφωση της διδακτικής των μαθηματικών. Την ίδια εποχή αναπτύσσονται εκπαιδευτικά προγράμματα για τα μαθηματικά της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης από διάφορους οργανισμούς και ιδρύματα (Nuffield-M. Βρετανία, Alef-Γερμανία, Analogue-Γαλλία, School Mathematics Study Group-ΗΠΑ, κ.α.), τα οποία ασκούν σημαντική επίδραση στους συστατικούς όρους της υπό διαμόρφωση διδακτικής των μαθηματικών.

Μέσα σ' αυτό το πολιτικό και κοινωνικό πλαίσιο και με ότι το πλαίσιο αυτό συνεπάγεται, παράλληλα με τις επεξεργασίες των ζητημάτων που αφορούν τις μεταρρυθμίσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης, συγκροτείται ως αυτόνομη επιστημονική δραστηριότητα η διδακτική των μαθηματικών. Έκτοτε αναπτύσσεται ως επιστημονική πρακτική και καθιερώνεται σε ακαδημαϊκό επίπεδο, όπως μπορεί να διαπιστωθεί από μια σειρά γεγονότων, όπως η ανάπτυξη προπτυχιακών και μεταπτυχιακών πανεπιστημιακών σπουδών και η ίδρυση αντίστοιχων τμημάτων ή ινστιτούτων, η ανάπτυξη ερευνητικών προγραμμάτων και η χορηγία υποτροφιών, η ίδρυση εθνικών και διεθνών επιστημονικών ενώσεων, η διοργάνωση συνεδρίων, η έκδοση περιοδικών και βιβλίων με θεματολογία αποκλειστικά αφιερωμένη στη δι-

δακτική των μαθηματικών. Το επιστημονικό αντικείμενο της διδακτικής των μαθηματικών συγκροτείται, επομένως, μέσα από μια “επιστημονική” θεώρηση ενός ήδη διακριτού φαινομένου, αυτού “της διδασκαλίας των μαθηματικών” στο τυπικό σχολείο. Η μετατροπή, δηλαδή, της θεώρησης ενός φαινομένου, υπό την πίεση κοινωνικο-πολιτικών αναγκών, παράγει το επιστημονικό αντικείμενο της διδακτικής των μαθηματικών. Η μέχρι τότε κυρίαρχη οπτική θεωρούσε τη μαθηματική σκέψη και κατά συνέπεια τη μάθηση των μαθηματικών ως φυσική δυνατότητα, ως εγγενές χάρισμα, των ατόμων, οπότε η διδασκαλία των μαθηματικών απευθύνονταν σε συγκεκριμένα άτομα, ο δε ρόλος της δεν μπορούσε να θεωρηθεί καθοριστικός. Η διδακτική των μαθηματικών συγκροτείται σε διεπιστημονική βάση, υπό τους όρους της νέας θεώρησης πρωταρχικά της διδασκαλίας και δευτερευόντως του φαινομένου της μάθησης των μαθηματικών. Η με τους συγκεκριμένους όρους, όμως, συγκρότηση της διδακτικής των μαθηματικών ως επιστημονικής πρακτικής συνεπάγεται μια εξαρχής ασάφεια στις σχέσεις θεωρίας και εφαρμογής, όπως επίσης και στις σχέσεις αμφοτέρων με την εκπαιδευτική πολιτική της μαθηματικής εκπαίδευσης. Τελικά, στη συγκρότηση του επιστημονικού αντικειμένου της διδακτικής των μαθηματικών καταλαμβάνει πρωτεύουσα θέση και κυριαρχεί η εφαρμογή σε βάρος της θεωρίας, γεγονός που διαμορφώνει καθοριστικά το εννοιολογικό σύστημα και τις ερευνητικές διαδικασίες της.

## **ΟΙ ΣΧΕΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

Μια εγγενής ασάφεια στις σχέσεις θεωρίας και εφαρμογής, όπως επίσης και στις σχέσεις αμφοτέρων με την εκπαιδευτική πολιτική της μαθηματικής εκπαίδευσης κυριαρχεί, όπως προαναφέρθηκε, ως αποτέλεσμα του διεπιστημονικού χαρακτήρα της και των κοινωνικών και πολιτικών όρων, υπό τους οποίους συγκροτήθηκε η διδακτική των μαθηματικών. Τα ερευνητικά ερωτήματα και οι προβληματικές μέσα από τις οποίες αναδεικνύονται, αναφέρονται κατά κανόνα στη διδασκαλία των μαθηματικών στο τυπικό σχολείο και η διερεύνηση τους δεν τεκμηριώνεται στη θεωρία, αλλά στη χρησιμότητα τους για την αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας των μαθηματικών, δηλαδή σε εφαρμογές της διδακτικής των μαθηματικών σε ένα πολύ συγκεκριμένο πλαίσιο. Εφαρμογές της διδακτικής των μαθηματικών, δηλαδή, οι οποίες υποδεικνύονται, κατά κανόνα, από τις συγκυριακές ανάγκες της εκπαιδευτικής πολιτικής και δεν προσδιορίζονται από την θεωρητική ανάπτυξη της διδακτικής των μαθηματικών και τα φαινόμενα της πραγματικότητας που αυτή στοχεύει. Η πλειονότητα των ερευνητικών ανακοινώσεων που

δημοσιεύονται σε περιοδικά ή παρουσιάζονται σε συνέδρια διδακτικής των μαθηματικών, ιδιαίτερα στις Αγγλόφωνες χώρες, εισάγουν τον προβληματισμό τους με αναφορά στους στόχους ή και στις ανάγκες που επισημαίνονται σε κείμενα εκπαιδευτικής πολιτικής ή σε θεσμοθετημένα προγράμματα σπουδών. Παράλληλα, όπως καταγράφεται από τους Lerman & Τσατσαρώνη (2003), ένα ποσοστό μεγαλύτερο του 85% των άρθρων διδακτικής των μαθηματικών που δημοσιεύτηκαν κατά τη δεκαετία 1990-2001 στα περιοδικά *Educational Studies in Mathematics* και *Journal for Research in Mathematics Education* αναφέρονται σε, ή υπονοούν, ένα συγκεκριμένο παιδαγωγικό μοντέλο. Οι εφαρμογές της διδακτικής των μαθηματικών που αναφέρονται στις, και προκύπτουν από τις, εκπαιδευτικές πολιτικές αποκτούν έτσι μια ιδιαίτερη προτεραιότητα σε βάρος των προβλημάτων τα οποία προκύπτουν από τη θεωρητική της ανάπτυξη. Αυτή η κυριαρχία της εφαρμογής επί της θεωρίας συνεπάγεται αφενός τον περιορισμό του επιστημονικού αντικείμενου και κατά συνέπεια τη μονομερή ανάπτυξη του θεωρητικού πλαισίου της διδακτικής των μαθηματικών και αφετέρου την διαμόρφωση ενός ιδιότυπου καθεστώτος νομιμοποίησης της γνώσης, που με τη σειρά του διαμορφώνει αντίστοιχα το περιεχόμενο της θεωρίας. Σε μεγάλο βαθμό, κριτήριο νομιμοποίησης της γνώσης, που παράγεται από την επιστημονική πρακτική της διδακτικής των μαθηματικών δεν θεωρείται η αλήθεια με την τυπική επιστημονική έννοια του όρου, αλλά η ενδεχόμενη χρησιμότητα της στην πολιτική της μαθηματικής εκπαίδευσης. Η διδακτική των μαθηματικών, κατά συνέπεια, καλείται διαρκώς να λογοδοτεί όχι στην επιστημονική αλλά στην εκπαιδευτική δεοντολογία και στα κριτήρια της κυρίαρχης εκπαιδευτικής πολιτικής με ανάλογη αλλοίωση και ανεπαρκή ανάπτυξη του θεωρητικού της χαρακτήρα. Η απόδοση ενός πρωτεύοντα ρόλου στη θεωρία μέσα από τη συγκρότηση κατάλληλων σχέσεων θεωρίας και εφαρμογής και η αυτονόμηση τους από τις αντίστοιχες ιδεολογικές εξαρτήσεις παραμένουν, επομένως, ζητούμενα και αποτελούν αναγκαίες προϋποθέσεις για την ολοκλήρωση της επιστημονικής συγκρότησης της διδακτικής των μαθηματικών, υπό τους όρους, βέβαια, που θέτει ο διεπιστημονικός χαρακτήρας της.

## **Ο ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΑΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

Η διδακτική των μαθηματικών συγκροτείται, όπως προαναφέρθηκε, και αναπτύσσεται σε διεπιστημονική βάση. Τα όρια αυτής της διεπιστημονικότητας καθορίζονται από την αυτονομία του αντικείμενου της διδακτικής των μαθηματικών, ως προς τα αντικείμενα άλλων επιστημών και από την αυτονομία του νοήματος

των εννοιών του εννοιολογικού της συστήματος απέναντι στο νόημα που, ενδεχομένως, έχουν οι ίδιες έννοιες στην τρέχουσα εμπειρία ή στα πλαίσια του εννοιολογικού συστήματος άλλων επιστημών (Μπαλτάς, 1983).

Με την παραδοχή ότι το φαινόμενο της μάθησης των μαθηματικών και κατά συνέπεια της διδασκαλίας τους παρουσιάζουν χαρακτηριστικά ουσιωδώς διαφοροποιημένα από εκείνα της μάθησης και διδασκαλίας άλλων επιστημονικών γνώσεων, η διδακτική των μαθηματικών συγκροτεί, ως επιστήμη, το εννοιολογικό της σύστημα επιλέγοντας και υιοθετώντας έννοιες από τρεις, πρωτίστως, επιστημονικές περιοχές: τα μαθηματικά, τα οποία καθορίζουν το περιεχόμενο της μάθησης, την ψυχολογία, η οποία περιγράφει με γενικούς όρους το φαινόμενο της ανθρώπινης μάθησης και την κοινωνιολογία, η οποία προσεγγίζει το φαινόμενο της μάθησης και τις δραστηριότητες της διδασκαλίας, ως διαδικασίες κοινωνικά και πολιτισμικά εντοπισμένες. Παρότι, όμως, στη διδασκαλία των μαθηματικών, όπως επίσης και στα αποτελέσματα της στο πλαίσιο της θεσμοθετημένης εκπαίδευσης, αποδίδονται κοινωνικές λειτουργίες, στο φαινόμενο της μάθησης των μαθηματικών καθαυτό δεν αποδίδεται καμία κοινωνική διάσταση και η θεώρηση του περιορίζεται σε ένα αποκλειστικά ατομικό επίπεδο από τις κυρίαρχες σήμερα τάσεις στη διδακτική των μαθηματικών (Chassapis 2002, Kilpatrick 1992, Lerman et al. 2003, Lubienski, & Bowen 2000, Reyes & Stanic 1988, Secada 1992). Η διεκδίκηση κοινωνικών προσεγγίσεων στη μελέτη των φαινομένων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών αποτελεί ζητούμενο, παρά την συγκυριακή ανάδειξη όψεων των κοινωνικών διακρίσεων, που παράγει ή νομιμοποιεί η μαθηματική εκπαίδευση (Chassapis, 2004).

Όπως επίσης αποτελούν διαρκή ζητούμενα, η αυτονομία του αντικειμένου της διδακτικής των μαθηματικών, ως προς τα μαθηματικά και την ψυχολογία, όπως και σε μικρότερο βαθμό, η αυτονομία νοήματος του εννοιολογικού της συστήματος απέναντι στις ίδιες επιστήμες, αλλά και απέναντι στην τρέχουσα διδακτική εμπειρία. Η θεώρηση της διδακτικής των μαθηματικών ως εφαρμογής των μαθηματικών παραμένει στις μέρες μας ισχυρή κάτω από την επίδραση ενός κυρίαρχου πλατωνισμού στη φιλοσοφία της μαθηματικής γνώσης και πρακτικής, ο οποίος εξαιτίας των επιστημολογικών του παραδοχών αδυνατεί να προσεγγίσει το φαινόμενο της μάθησης των μαθηματικών με όρους, οι οποίοι θα επέτρεπαν την αυτονόμηση του ως επιστημονικού αντικειμένου. Στο πλαίσιο της θεώρησης αυτής πρωταρχικό αντικείμενο διερεύνησης αποτελεί το περιεχόμενο και η θέση του μαθήματος των μαθηματικών στο σχολικό πρόγραμμα της τυπικής εκπαίδευσης, ενώ η διδακτική μεθοδολογία αποτελεί εγγενές στοιχείο της μαθηματικής γνώσης.

Από μια άλλη οπτική, με το ίδιο όμως αποτέλεσμα, οικειοποιούνται το φαινόμενο της μάθησης των μαθηματικών κυρίως ρεύματα της ψυχολογίας, όπως η ψυχολογία της συμπεριφοράς και η γνωστική ψυχολογία. Οι θεωρήσεις αυτές χρησιμοποιούν τις μαθηματικές έννοιες και γενικότερα τη μαθηματική νοητική δραστηριότητα ως προνομιακό πεδίο ελέγχου των θεωρητικών τους προτάσεων για τη μάθηση και τη νοητική συγκρότηση των ανθρώπων. Καθιστούν έτσι το φαινόμενο της μάθησης των μαθηματικών πεδίο εφαρμογής τους, αμφισβητώντας εξ αντικειμένου τη βασική παραδοχή επί της οποίας συγκροτείται η διδακτική των μαθηματικών, ότι το φαινόμενο της μάθησης, δηλαδή, έχει ουσιωδώς διαφορετικά χαρακτηριστικά για τη μαθηματική γνώση από εκείνα τα χαρακτηριστικά που έχει η μάθηση κάθε άλλης επιστημονικής γνώσης. Το βιβλίο “*Η Ψυχολογία της Αριθμητικής*” του Thorndike (1922) αποτελεί ιδρυτικό κείμενο της οπτικής αυτής από την ψυχολογία της συμπεριφοράς, ενώ αντίστοιχα κείμενα εξειδικεύουν την οπτική της γνωστικής ψυχολογίας (ενδεικτικά, Dehaene, S. *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, 1997).

Σε κάθε περίπτωση, όπως και στις προαναφερθείσες, η ασάφεια των ορίων της διδακτικής των μαθηματικών ως επιστημονικής πρακτικής και η εκ της ασάφειας αυτής συνεπαγόμενη σχετικότητα του επιστημονικού της αντικειμένου αποτελεί ουσιώδες στοιχείο της διεπιστημονικών σχέσεων (Μπαλτάς, 1983).

Όπως ουσιώδες στοιχείο του διεπιστημονικού χαρακτήρα της διδακτικής των μαθηματικών αποτελεί η παραγωγή επιστημονικής γνώσης, υποκείμενης στις απαιτήσεις της θεωρητικής ανάπτυξης της διδακτικής των μαθηματικών και παράλληλα η παραγωγή γνώσης ρητά χρήσιμης και άμεσα εφαρμόσιμης στη μαθηματική εκπαίδευση. Επιδίωξη σε πολλά σημεία αντιθετική, η οποία όμως ερμηνεύει πολλά από τα χαρακτηριστικά των σχέσεων θεωρίας και εφαρμογής, τα οποία εκτέθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Απολύτως συνοπτικά και σε μεγάλο βαθμό σχηματοποιημένα, η διαδικασία παραγωγής επιστημονικής γνώσης ως προϋπόθεση και παράγωγο της θεωρητικής ανάπτυξης της διδακτικής των μαθηματικών προέρχεται και κινείται από διεργασίες πρωτίστως “εσωτερικές”, από προβλήματα τα οποία προκύπτουν, ορίζονται και διατυπώνονται στο σύνολο τους μέσα στο πλαίσιο και με τους όρους του εννοιολογικού της συστήματος, ενώ η επίλυση τους υπόκειται στις ερευνητικές μεθόδους και στα κριτήρια της επιστημονικής της πρακτικής. Αντίθετα, η παραγωγή ρητά χρήσιμης και άμεσα εφαρμόσιμης γνώσης στοχεύει στην επίλυση ενός πρακτικού προβλήματος της μαθηματικής εκπαίδευσης. Ένα πρακτικό πρόβλημα της μαθηματικής εκπαίδευσης προκύπτει σε ένα κοινωνικό πλαίσιο από διεργασίες πρωτίστως “εξωτερικές” της διδακτικής των μαθηματικών και, όπως κάθε φαινόμενο της πραγματικότητας, είναι πολυ-

διάστατο, επομένως δεν ορίζεται στο σύνολο του από τη διδακτική των μαθηματικών, αλλά και δεν επιδέχεται μια και μοναδική ούτε μονοσήμαντη λύση στο πλαίσιο της διδακτικής των μαθηματικών. Διαφορετικές επιστημονικές οπτικές, άρα και επιστημονικά πεδία, μπορεί ή είναι αναγκαίο να συμβάλλουν στην επίλυση του, στην οποία επιπλέον υπεισέρχεται ένα πλήθος άμεσα κοινωνικών, άρα μη επιστημονικών παραγόντων. Οι λύσεις, επομένως, ενός πρακτικού προβλήματος της μαθηματικής εκπαίδευσης δεν υπόκεινται στα τυπικά επιστημονικά κριτήρια, αλλά αποτελούν μια πολλαπλότητα επιλογών ή ένα πεδίο δυνατών λύσεων, ενώ η λύση που κατά περίπτωση επιλέγεται είναι έξω από τη δικαιοδοσία της διδακτικής των μαθηματικών, υποκείμενη στις κοινωνικές σχέσεις και στις αντιθέσεις τους.

## ΕΠΙΛΕΓΟΜΕΝΑ ΣΧΟΛΙΑ

Παρά την αξιοσημείωτη ανάπτυξη των δραστηριοτήτων που συναρτώνται με τη μαθηματική εκπαίδευση, το επιστημονικό αντικείμενο της διδακτικής των μαθηματικών παραμένει σε μεγάλο βαθμό ασαφές και, κατά συνέπεια, παραμένουν ασαφή και το συστατικό εννοιολογικό της σύστημα και οι βασικές ερευνητικές της μέθοδοι, στοιχεία τα οποία συγκροτούνται ταυτόχρονα μέσα από αμοιβαίους προσδιορισμούς, όπου καθένα προϋποθέτει την ύπαρξη των άλλων. Ως αποτέλεσμα, παραμένει υπό αίρεση το επιστημονικό καθεστώς της διδακτικής των μαθηματικών και υπό αμφισβήτηση η ουσιαστική συμβολή της στην επίλυση προβλημάτων και στη βελτίωση της αποτελεσματικότητας της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αναγνωρίζοντας το πρόβλημα και τις πολλαπλές συνέπειες του, η International Commission on Mathematics Instruction (ICMI) – μια τις παλαιότερες οργανώσεις που δραστηριοποιούνται σε ζητήματα μαθηματικής εκπαίδευσης εκφράζοντας τις κυρίαρχες τάσεις– έθεσε, εδώ και μια δεκαετία, σε συζήτηση το ζήτημα της ταυτότητας της διδακτικής των μαθηματικών σε συνέδριο με αυτό αποκλειστικά το θέμα, που συγκλήθηκε το 1994 στο Πανεπιστήμιο του Maryland των ΗΠΑ. Τα πρακτικά του συνεδρίου αυτού (Sierpinska and Kilpatrick, 1998) επιβεβαιώνουν την προαναφερθείσα διαπίστωση. Το επιστημονικό αντικείμενο της διδακτικής των μαθηματικών, οι εννοιολογικές αναφορές και το θεωρητικό της πλαίσιο, οι ερευνητικές πρακτικές και τα πεδία εφαρμογής της, ορίζονται με διαφορετικούς όρους –στην πλειονότητα των περιπτώσεων ασύμβατους ή και αντιθετικούς– στις 33 προσκεκλημένες εισηγήσεις επιφανών επιστημόνων της διδακτικής των μαθηματικών, στις 5 αναφορές των ομάδων εργασίας του συνεδρίου, αλλά και στη σύνοψη των εργασιών του συνεδρίου, που τιτλοφορείται χαρακτηριστικά “*Συνεχίζοντας την αναζήτηση*” (Sierpinska & Kilpatrick, 1998, vol. 2, σελ. 527-548).



Υιοθετώντας την ανάλυση της διεπιστημονικότητας, που αναπτύσσει ο Μπαλτάς (1983, σελ. 39-44), θα πρέπει να δεχτούμε, ότι η διδακτική των μαθηματικών συγκροτούμενη σε διεπιστημονική βάση, με αφετηρία τις παραδοχές που προαναφέρθηκαν για το φαινόμενο της μάθησης της μαθηματικής γνώσης και τη δραστηριότητα της διδασκαλίας της, χαρακτηρίζεται εγγενώς από ασταθή οριοθέτηση του επιστημονικού της αντικειμένου, ως προς τις όψεις των φαινομένων αυτών και παράλληλα από ασαφή οριοθέτηση του επιστημονικού της αντικειμένου, ως προς άλλες επιστήμες και ιδίως ως προς τα μαθηματικά, την ψυχολογία και την κοινωνιολογία, οι οποίες περιλαμβάνουν στα αντικείμενα τους τις ίδιες ή διαφορετικές όψεις των φαινομένων της μάθησης και της τυπικής ή άτυπης διδασκαλίας των μαθηματικών.

Συμπερασματικά, η αυτονομία του επιστημονικού αντικειμένου και η αυτονομία νοήματος των εννοιών που συγκροτούν το εννοιολογικό σύστημα της διδακτικής των μαθηματικών, με δεδομένους τους όρους της διεπιστημονικότητας της, οι οποίοι επιβάλλουν επιπλέον ένα είδος “επιστημονικής απροσδιοριστίας” (Μπαλτάς, 1983) στην αντιμετώπιση των πρακτικών προβλημάτων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών, παραμένουν οιοσδήποτε ζητούμενες και επομένως διαρκώς υπό (ενδιαφέρουσα) συζήτηση.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Chassapis, D. (2002) Social groups in mathematics education research: An investigation into mathematics education-related research articles published from 1971 to 2000. In P. Valero & O.Skovsome (eds.) Proceedings of 3<sup>rd</sup> International Mathematics Education and Society Conference, vol.1, Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, 273-281.
- Chassapis, D. (2004), The objects of mathematics education research: Spotting, and commenting on, characteristics of the mainstream, Paper presented at the Erasmus Summer School on Researching the Teaching and Learning of Mathematics (MATHED2004), Tolmin, Slovenia.
- Dehaene, S. (1997), The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics, New York, Oxford: The Oxford Press.
- Fehr, H.F. (ed.), (1961α), New Thinking in School Mathematics, Paris: OEEC.
- Fehr, H.F. (ed.), (1961β), Synopses for modern secondary School Mathematics, Paris: OEEC.

- Fehr, H.F. (ed.), (1964), *Mathematics to-day*, Paris: OECD.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning*, New York: Macmillan, 3-380
- Lerman, S., Xu, G., & Tsatsaroni, A. (2003) A sociological description of changes in the intellectual field of mathematics education research: Implications for the identities of academics. *Proceedings of the British Society for Research in Learning Mathematics*, 23(2), 43-48.
- Lerman, S. & Τσατσαρώνη, Α. (2004), Η δημιουργία νοήματος στην έρευνα της μαθηματικής εκπαίδευσης ως κοινωνική πρακτική και πρακτική λόγου. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *Εικόνα, σχήμα και λόγος στη διδασκαλία των μαθηματικών, Πρακτικά 3<sup>ου</sup> Διήμερου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, Θεσσαλονίκη: Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Π.Τ.Δ.Ε.,.
- Lubienski, S. T. & Bowen, A. (2000). Who's counting? A survey of mathematics education research 1982-1998, *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 626-633.
- Μπαλτάς, Α. (1983), Για το οικολογικό κίνημα: επιστήμη και διεπιστημονικότητα, *Ο Πολίτης*, 63, 30-46,
- Μπαλτάς, Α. (1990), Επιστημολογικά, Για την ιστορία μιας επιστήμης, Εκδόσεις Ο Πολίτης, Αθήνα.
- Reyes, L. H., & Stanic, G. M. A. (1988). Race, sex, socioeconomic status, and mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 26-43.
- Secada, W. G. (1992). Race, ethnicity, social class, language, and achievement in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York: Macmillan, 623-660.
- Sierpiska A. and Kilpatrick J. (eds), (1998) *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity, An ICMI Study*, Vols. 1 & 2 , Dordrecht: Kluwer.
- Thorndike, E. (1922). *The Psychology of Arithmetic*. New York: Macmillan
- UNESCO (1966), *New trends in mathematics teaching*, Paris: UNESCO.